

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de
proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $36 : 2 - 18$ este egal cu: a) 1 b) 0 c) 36 d) 18
5p	2. Dacă $\frac{a}{2} = \frac{5}{b}$, $b \neq 0$, atunci rezultatul calculului $(ab - 5)^2$ este egal cu: a) 5 b) 25 c) 10 d) 20
5p	3. Suma numerelor întregi din intervalul $[-5, 5)$ este: a) -5 b) -4 c) 0 d) 5
5p	4. Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{50} < x \leq 3^{51}\}$ este egal cu: a) 3 b) 3^{50} c) 3^{51} d) $2 \cdot 3^{50}$

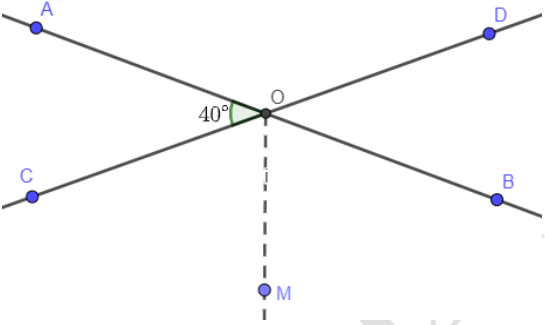
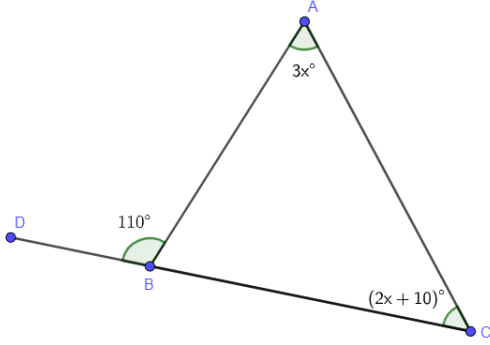
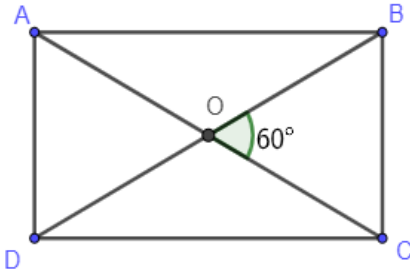
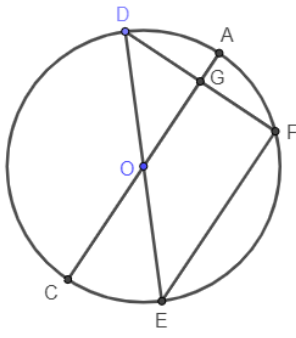
<p>5p</p>	<p>5. În diagrama următoare este reprezentată distribuția celor 600 de mașini dintr-o parcare.</p> <div data-bbox="448 247 1263 722" data-label="Figure"><table border="1"><thead><tr><th>Culoare</th><th>Procent</th></tr></thead><tbody><tr><td>mașini albastre</td><td>10%</td></tr><tr><td>mașini roșii</td><td>25%</td></tr><tr><td>mașini verzi</td><td>30%</td></tr><tr><td>mașini galbene</td><td>35%</td></tr></tbody></table></div> <p>Conform diagramei, diferența dintre numărul mașinilor din parcare care nu sunt verzi și numărul mașinilor din parcare care nu sunt galbene este:</p> <ul style="list-style-type: none">a) 10b) 30c) 60d) 120	Culoare	Procent	mașini albastre	10%	mașini roșii	25%	mașini verzi	30%	mașini galbene	35%
Culoare	Procent										
mașini albastre	10%										
mașini roșii	25%										
mașini verzi	30%										
mașini galbene	35%										
<p>5p</p>	<p>6. Darius are în bibliotecă 80 de cărți de proză, 70 de cărți de poezii și 50 de culegeri de probleme de matematică. Maria afirmă că, dacă ia la întâmplare o carte din bibliotecă, probabilitatea ca aceasta să fie carte de poezii este $\frac{1}{4}$. Afirmatia Mariei este:</p> <ul style="list-style-type: none">a) adevăratăb) falsă										

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

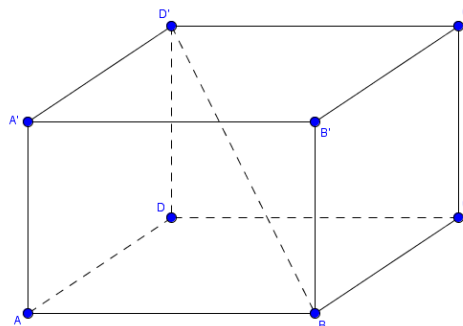
(30 de puncte)

<p>5p</p>	<p>1. În figura alăturată, punctele A, B, C, D, E și F sunt coliniare în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD = DE = EF$. Valoarea raportului $\frac{BE}{AF}$ este:</p> <ul style="list-style-type: none">a) 0,2b) 0,4c) 0,6d) 0,8 <div data-bbox="581 1717 1393 1768" data-label="Diagram"></div>
------------------	--

<p>5p</p>	<p>2. În figura alăturată, dreptele AB și CD sunt concurente în punctul O. Dacă măsura unghiului $\sphericalangle AOC$ este de 40°, iar semidreapta $(OM$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$, atunci măsura unghiului $\sphericalangle DOM$ este de:</p> <p>a) 100° b) 110° c) 140° d) 170°</p> 
<p>5p</p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC. Unghiul $\sphericalangle ABD$ este exterior triunghiului ABC și are măsura de 110°. Atunci valoarea lui x este:</p> <p>a) 70° b) 40° c) 20° d) 10°</p> 
<p>5p</p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, unde $AC \cap BD = \{O\}$, măsura unghiului $\sphericalangle BOC = 60^\circ$, iar lungimea laturii AD este de 10 cm. Atunci aria dreptunghiului $ABCD$ este de:</p> <p>a) 100 cm^2 b) $100\sqrt{2} \text{ cm}^2$ c) $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$ d) $100\sqrt{6} \text{ cm}^2$</p> 
<p>5p</p>	<p>5. În figura alăturată, punctele D, A, F, E și C sunt situate pe cercul de centru O, astfel încât AC și DE sunt diametre, iar $AC \cap DF = \{G\}$. Măsura unghiului $\sphericalangle FGC$ este de 90°, iar aria triunghiului DGO este de 20 cm^2. Atunci aria patrulaterului $EOGF$ este de:</p> <p>a) 40 cm^2 b) 60 cm^2 c) 80 cm^2 d) 100 cm^2</p> 

5p

6. În figura alăturată, $ABCD A'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic. Dacă $AB = 4\sqrt{2}$ cm, $BC = 4$ cm și $AA' = 4\sqrt{3}$ cm, atunci măsura unghiului determinat de dreapta $D'B$ și planul (ABC) este de:



- a) 30°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 90°

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p

1. Ioana este florăreasă și pregătește buchete de trandafiri astfel: dacă pune în buchet câte 4 trandafiri, îi rămân 3, dacă pune în buchet câte 5 trandafiri, îi rămân 4, iar dacă pune în buchet câte 6 trandafiri, îi rămân 5.

(2p) a) Verificați dacă este posibil ca Ioana să aibă în florărie 179 de trandafiri.

(3p) b) Aflați câți trandafiri are Ioana în florărie, știind că numărul lor reprezintă cel mai mic număr de trei cifre care verifică datele din enunț.

5p

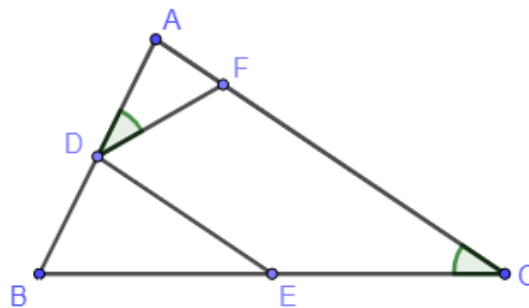
2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} - \frac{12}{9-x^2} \right) : \frac{x+1}{x-3}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 3\}$.

(2p) a) Arătați că $E(x) = \frac{4}{x+1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 3\}$.

	<p>(3p) b) Determinați valorile întregi ale lui n, pentru care $E(n) \in \mathbb{Z}$.</p>
5p	<p>3. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 6$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -x + 8$.</p> <p>(2p) a) Știind că $G_f \cap G_g = \{P\}$, determinați coordonatele punctului P.</p> <p>(3p) b) Dacă punctul O reprezintă originea sistemului de axe de coordonate, A, respectiv B reprezintă punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy, iar M reprezintă mijlocul segmentului AB, calculați tangenta unghiului $\sphericalangle OPM$.</p>

5p

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , unde D este mijlocul segmentului AB , E este mijlocul segmentului BC , iar punctul F este situat pe latura AC astfel încât măsura unghiului $\sphericalangle ADF$ este egală cu măsura unghiului $\sphericalangle ACB$. Se știe că $AB = 8$ cm și $AC = 12$ cm.

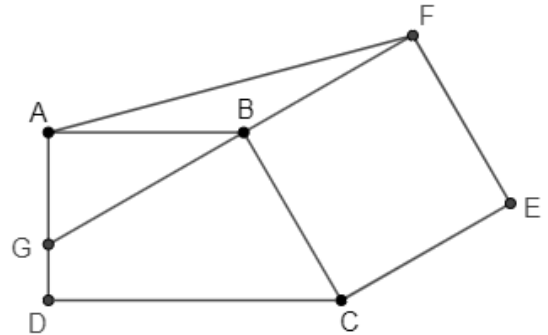


(2p) a) Arătați că lungimea segmentului DE este de 6 cm.

(3p) b) Calculați valoarea raportului dintre aria triunghiului AFD și aria triunghiului DBE .

5p

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB < CD$, cu $AB = BC = 8$ cm, iar măsura unghiului $\sphericalangle ABC$ este de 120° . În exteriorul trapezului este construit pătratul $BCEF$.

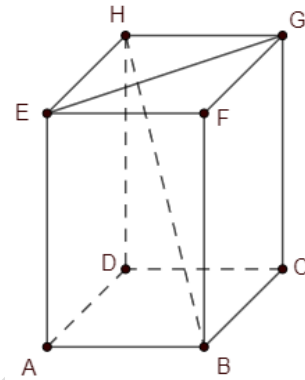


(2p) a) Arătați că diagonala AC are lungimea de $8\sqrt{3}$ cm.

(3p) b) Dacă $FB \cap AD = \{G\}$, calculați măsura unghiului $\sphericalangle FGA$.

5p

6. În figura alăturată este reprezentată prisma patrulateră regulată $ABCDEFGH$. Dimensiunile prismei AB și CG sunt invers proporționale cu numerele 9 și 6, iar perimetrul feței $BCGF$ este de 20 cm.



(2p) a) Calculați volumul prismei.

(3p) b) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele EG și BH .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2023-2024

Probă scrisă

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea:

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	a)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	<p>a) $179 : 4 = 44 \text{ rest } 3$, $179 : 5 = 35 \text{ rest } 4$ $179 : 6 = 29 \text{ rest } 5$, deci e posibil ca Ioana să aibă în florărie 179 de trandafiri.</p> <p>b) $n = 4a + 3$, $n = 5a + 4$, $n = 6a + 5$, unde n reprezintă numărul de trandafiri, iar a, b și c sunt numere naturale nenule. $n - 1$ este un multiplu comun al numerelor 4, 5 și 6, deci $n = 60k + 1$, unde k este număr natural nenul. Cum n este cel mai mic număr natural de trei cifre cu proprietățile din enunț, obținem că $n = 119$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
2.	<p>a) $E(x) = \left(\frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} - \frac{12}{9-x^2} \right) : \frac{x+1}{x-3}$ $= \left(\frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} + \frac{12}{x^2-9} \right) \cdot \frac{x-3}{x+1}$ $= \frac{2x+6+2x-6x+12}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x-3}{x+1}$ $= \frac{4}{x+1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 3\}$.</p> <p>b) $E(n) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{4}{n+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n+1 \in \{1, 2, 4, -1, -2, -4\}$ $\Leftrightarrow n \in \{0, 1, 3, -2, -3, -5\}$. Dar, $n \neq 3$ și $n \neq -3$, deci $n \in \{0, 1, -2, -5\}$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
3.	<p>a) $G_f \cap G_g = \{P\} \Rightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow x - 6 = -x + 8 \Leftrightarrow x = 7$ $f(7) = 7 - 6 = 1 \Rightarrow P(7, 1)$.</p> <p>b) $G_f \cap Ox = \{(6, 0)\}$, deci $A(6, 0) \in G_f$, $G_f \cap Oy = \{(0, -6)\}$, deci $B(0, -6) \in G_f$. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 6\sqrt{2} (u)$, conform coordonatelor mijlocului unui segment, $M(3, -3)$, iar $MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2} = 4\sqrt{2} (u)$. Triunghiul AOB este dreptunghic și isoscel, deci mediana OM este și înălțime, așadar triunghiul PMO este dreptunghic în M, iar $OM = 3\sqrt{2} (u)$. $\text{tg} \sphericalangle OPM = \frac{OM}{OM} = \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
4.	<p>a) Cum D – mijlocul segmentului AB și E – mijlocul segmentului BC, obținem că $[DE]$ este linie mijlocie în triunghiul ABC,</p>	1p

	deci $DE = \frac{AC}{2} = \frac{12}{2} = 6$ cm.	1p
	<p>b) Cum $DE \parallel AC$, aplicând Teorema fundamentală a asemănării, obținem că $\triangle DBE \sim \triangle ABC$, iar de aici $A_{DBE} = \frac{A_{ABC}}{4}$.</p> <p>Cum $\sphericalangle ADF \equiv \sphericalangle ACB$ și $\sphericalangle FAD \equiv \sphericalangle BAC$, conform criteriului de asemănare U. U., obținem că $\triangle AFD \sim \triangle ABC$, iar de aici $A_{AFD} = \frac{A_{ABC}}{9}$.</p> <p>De aici, $\frac{A_{AFD}}{A_{DBE}} = \frac{9}{4} = 2,25$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
5.	<p>a) $AB \equiv BC$, deci triunghiul ABC este isoscel, iar de aici $\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle BCA = 30^\circ$.</p> <p>$BM$ este mediană și înălțime în triunghiul ABC, unde M este mijlocul laturii AC, iar de aici, folosind cosinusul unghiului de 30°, obținem $AM = 4\sqrt{3}$ cm, deci $AC = 8\sqrt{3}$ cm.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) Cum $\sphericalangle ABC = 120^\circ$ și $\sphericalangle CBF = 90^\circ$, obținem că $\sphericalangle ABF = 150^\circ$, iar pentru că triunghiul ABF este isoscel, obținem că $\sphericalangle BFA \equiv \sphericalangle BAF = 15^\circ$.</p> <p>$\sphericalangle GAF = \sphericalangle GAB + \sphericalangle BAF = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$.</p> <p>Așadar, măsura unghiului $\sphericalangle FGA = 60^\circ$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
6.	<p>a) $\{AB, CG\}$ i. p. $\{9, 6\}$, deci $9 \cdot AB = 6 \cdot CG$, adică $3 \cdot AB = 2 \cdot CG$. Cum perimetrul dreptunghiului $BCGF$ este de 20 cm, obținem că $AB = 4$ cm, iar $CG = 6$ cm.</p> <p>Volumul prisme este egal cu $A_b \cdot h = 16 \cdot 6 = 96$ cm³.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) Considerăm M – mijlocul muchiei AE și N – mijlocul muchiei CG. Cum $EG \parallel MN$, obținem că $\sphericalangle(EG, BH) = \sphericalangle(MN, BH)$.</p> <p>$MB = BN = NH = HM = 5$ cm, deci $MBNH$ este romb, deci $\sphericalangle(MN, BH) = 90^\circ$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>