

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2024 – 2025

Matematică

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de
proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

Test de antrenament – Varianta 4

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Rezultatul calculului $2^{100} : 2^{99}$ este egal cu:</p> <p>a) 0</p> <p>b) 1</p> <p>c) 2</p> <p>d) 2^{99}</p>
5p	<p>2. Dacă $\frac{x}{10} = \frac{12}{y}$, unde $y \neq 0$, atunci rezultatul calculului $(xy - 115)^2$ este egal cu:</p> <p>a) 1</p> <p>b) 5</p> <p>c) 25</p> <p>d) 115</p>
5p	<p>3. Dacă $M = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < 2x + 3 < 5\}$, atunci cardinalul mulțimii $M \cap \mathbb{Z}$ este:</p> <p>a) 0</p> <p>b) 1</p> <p>c) 2</p> <p>d) 3</p>

5p

4. Într-o urnă sunt 100 de bile numerotate cu primele 100 de numere naturale nenule. Probabilitatea ca la extragerea unei bile, aceasta să fie numerotată cu un număr care este și pătrat perfect și cub perfect este:

- a) $\frac{2}{5}$
- b) $\frac{1}{5}$
- c) $\frac{1}{50}$
- d) $\frac{1}{100}$

5p

5. În tabelul de mai jos este prezentată oferta de reduceri pentru două produse, în funcție de numărul de produse cumpărate:

Produse	Preț la cumpărarea unei bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 3 bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 5 bucăți
Pix	4 lei	10%	15%
Stilou	20 lei	20%	25%

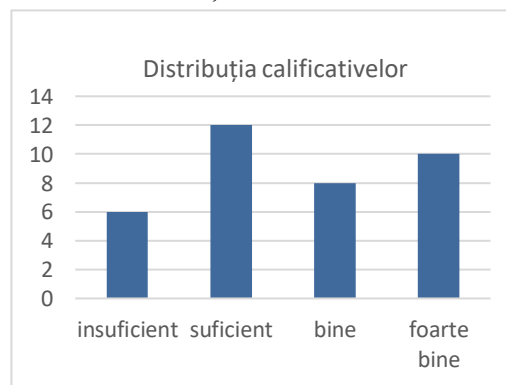
Daniel a cumpărat 5 pixuri și 3 stilouri. Prețul plătit de Daniel pentru aceste produse, în urma aplicării reducerilor, este de:

- a) 80 lei
- b) 70 lei
- c) 65 lei
- d) 60 lei

5p

6. În diagrama alăturată sunt prezentate calificativele primite de elevii unei clase la o probă de atletism. Alexia afirmă că diferența dintre numărul elevilor care au obținut calificativul *foarte bine* și numărul elevilor care au obținut calificativul *insuficient* este 4. Afirmatia Alexiei este:


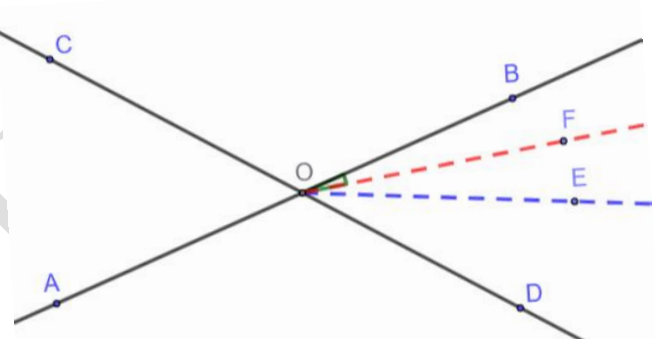
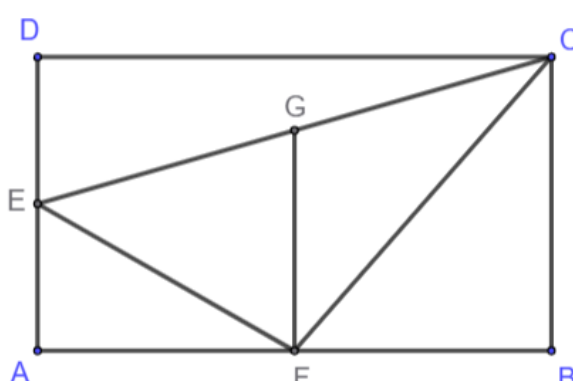
- a) adevărată
- b) falsă

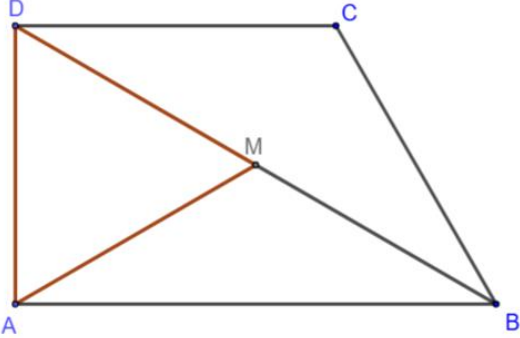
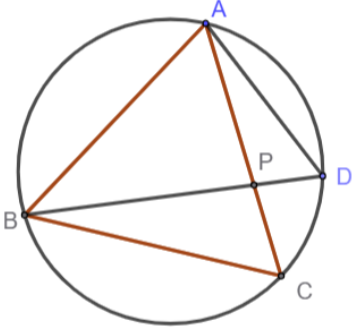
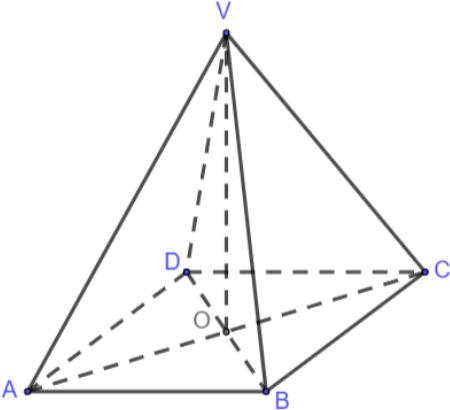


SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

<p>5p</p>	<p>1. În figura alăturată, punctele A, B, C și D sunt coliniare în această ordine, astfel încât punctul B este mijlocul segmentului AC, iar punctul D este simetricul punctului A față de C. Dacă $BC = 3$ cm, atunci lungimea segmentului BD este egală cu:</p> <p>a) 3 cm b) 6 cm c) 9 cm d) 12 cm</p> 
<p>5p</p>	<p>2. În figura alăturată, unghiurile $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle BOD$ sunt opuse la vârf, iar semidreapta (OE) este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOD$, iar semidreapta (OF) este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOE$. Dacă măsura unghiului $\sphericalangle BOF$ este de 13°, atunci măsura unghiului $\sphericalangle AOC$ este de:</p> <p>a) 26° b) 36° c) 52° d) 64°</p> 
<p>5p</p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$. Punctul E reprezintă mijlocul segmentului AD, punctul F reprezintă mijlocul segmentului AB, iar G reprezintă mijlocul segmentului EC. Atunci raportul dintre aria triunghiului EFG și aria dreptunghiului $ABCD$ este:</p> <p>a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{11}$ d) $\frac{3}{16}$</p> 

<p>5p</p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$, $\sphericalangle A = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$. Semidreapta $(BD$ este bisectoarea unghiului ABC, punctul M reprezintă mijlocul segmentului BD, iar măsura unghiului $\sphericalangle DCB$ este de 120°. Dacă segmentul DB are lungimea de 8 cm, atunci aria triunghiului $\triangle AMD$ este de:</p> <p>a) 4 cm^2 b) $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ c) $4\sqrt{2} \text{ cm}^2$ d) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$</p> 
<p>5p</p>	<p>5. Triunghiul echilateral $\triangle ABC$ este înscris în cercul din figura alăturată. Punctul D aparține arcului mic \widehat{AC}, iar punctul P reprezintă intersecția dreptelor AC și BD. Dacă măsura unghiului $\sphericalangle DAC$ este de 20°, atunci măsura unghiului $\sphericalangle DPC$ este de:</p> <p>a) 80° b) 70° c) 60° d) 90°</p> 
<p>5p</p>	<p>6. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată, unde V este vârful piramidei, $\{O\} = AC \cap BD$, iar $VO = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ și $AB = 12 \text{ cm}$. Măsura unghiului determinat de dreptele VB și AD este de:</p> <p>a) 30° b) 45° c) 60° d) 90°</p> 

SUBIECTUL al III-lea

Scris rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Considerăm numerele naturale nenule a și b, $a < b$. Raportul dintre a și b este 0,8, iar media aritmetică a numerelor a și $2b$ este 21.</p> <p>(2p) a) Verificați dacă cele două numere pot fi 16 și 20.</p> <p>(3p) b) Determinați numerele a și b.</p>
5p	<p>2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x} + \frac{17}{x^2 + 4x} - \frac{2x - 8}{x^2 - 16} \right) : \frac{x - 1}{x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 0, 1, 4\}$.</p> <p>(2p) a) Arătați că $E(x) = \frac{x - 1}{x + 4}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 0, 1, 4\}$.</p>

(3p) b) Arătați că, dacă $E(n) \in \mathbb{Z}$, atunci n nu poate fi număr natural.

5p

3. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x - 2$.

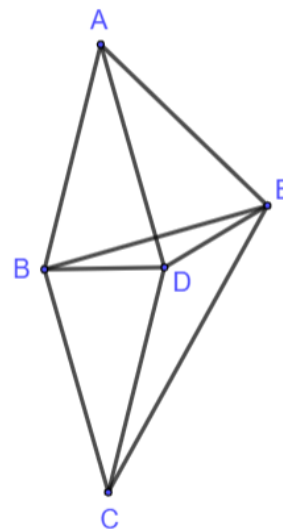
(2p) a) Știind că $G_f \cap G_g = \{M\}$, calculați coordonatele punctului M .

(3p) b) Comparați numerele \sqrt{m} și \sqrt{n} , unde $m = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2024)$, iar $n = g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2025) - 2025 \cdot 1012$.

5p

4. În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$, care are perimetrul de 48 cm și măsura unghiului BAD de 30° .

(2p) a) Arătați că aria rombului este de 72 cm^2 .

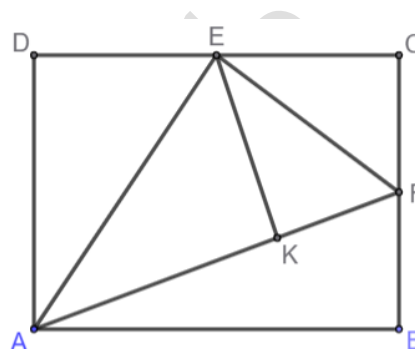


(3p) b) Știind că punctul E reprezintă simetricul punctului B față de dreapta AD , arătați că perimetrul triunghiului $\triangle CBE$ este mai mic decât 41 cm.

5p

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, punctele E și F reprezintă mijloacele segmentelor DC , respectiv BC , $EF = 10$ cm, $AB = 16$ cm, iar punctul K este situat pe dreapta AF astfel încât $AK = 2 \cdot KF$.

(2p) a) Arătați că $AD = 12$ cm.

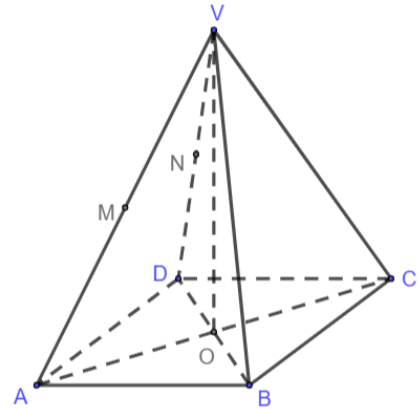


(3p) b) Arătați că aria triunghiului $\triangle ECF$ reprezintă jumătate din aria triunghiului $\triangle AKE$.

5p

6. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată, $AC \cap BD = \{O\}$, $AB = 9\sqrt{2}$ cm, $VC = 15$ cm, iar punctele M și N reprezintă mijloacele segmentelor VA , respectiv VD .

(2p) a) Arătați că volumul piramidei este de 648 cm^3 .



(3p) b) Știind că $BM \cap CN = \{P\}$, demonstrați că dreapta AP este paralelă cu planul (VBC) .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2024-2025

Probă scrisă – Test de antrenament – Varianta 4

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 4

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea:

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	<p>a) $\frac{16}{20} = 0,8$</p> <p>$\frac{16 + 2 \cdot 20}{2} = 28 \neq 21$, deci nu e posibil.</p>	1p
	<p>b) $\frac{a}{b} = 0,8; \frac{a+2b}{2} = 21$</p> <p>$a = 12$</p> <p>$b = 15$.</p>	1p
		1p
2.	<p>a) $E(x) = \left(\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x} + \frac{17}{x^2 + 4x} - \frac{2x - 8}{x^2 - 16} \right) : \frac{x - 1}{x}$</p> <p>$E(x) = \left(\frac{(x - 4)^2}{x(x - 4)} + \frac{17}{x(x + 4)} - \frac{2(x - 4)}{(x - 4)(x + 4)} \right) : \frac{x - 1}{x}$</p> <p>$E(x) = \frac{x^2 - 16 + 17 - 2x}{x(x + 4)} \cdot \frac{x}{x - 1}$</p> <p>$E(x) = \frac{(x - 1)^2}{x + 4} \cdot \frac{1}{x - 1}$</p> <p>$E(x) = \frac{x - 1}{x + 4}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 0, 1, 4\}$.</p>	1p
	<p>b) $E(n) \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{n - 1}{n + 4} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1 - \frac{5}{n + 4} \in \mathbb{Z} \Rightarrow n + 4 \in \{1, 5, -1, -5\}$</p> <p>$\Leftrightarrow n \in \{-3, 1, -5, -9\}$</p> <p>Dar $n \neq 1$, deci $n \in \{-3, -5, -9\}$. Așadar n nu poate fi număr natural.</p>	1p
		1p
3.	<p>a) $G_f \cap G_g = \{M\} \Rightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x + 1 = 3x - 2 \Leftrightarrow x = 3$</p> <p>$f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7 \Rightarrow M(3, 7)$.</p>	1p
	<p>b) $m = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2024) = 2 \cdot 0 + 1 + 2 \cdot 1 + 1 + \dots + 2 \cdot 2024 + 1$</p> <p>$= 2(1 + 2 + \dots + 2024) + 2025 = 2 \cdot \frac{2024 \cdot 2025}{2} + 2025 = 2025(2024 + 1) = 2025^2$.</p> <p>Deci $\sqrt{m} = \sqrt{2025^2} = 2025$.</p> <p>$n = g(1) + g(2) + \dots + g(2025) - 2025 \cdot 1012 = 3 \cdot 1 - 2 + 3 \cdot 2 - 2 + \dots + 3 \cdot 2025 - 2$</p> <p>$- 2025 \cdot 1012 = 3(1 + 2 + \dots + 2025) - 2 \cdot 2025 - 2025 \cdot 1012 = 3 \cdot \frac{2025 \cdot 2026}{2} -$</p> <p>$2 \cdot 2025 - 2025 \cdot 1012 = 2025(3039 - 2 - 1012) = 2025^2$.</p>	1p

	Deci $n = \sqrt{2025^2} = 2025$. Așadar $m = n$.	1p 1p
4.	a) $AB = \frac{48}{4} = 12$ cm. Aria rombului $ABCD$ este $AB \cdot AD \cdot \sin 30^\circ = 72$ cm ² .	1p 1p
	b) $\triangle AOB \equiv AOE$ (C.C) și $\triangle DOB \equiv DOE$ (C.C), unde $AD \cap BE = \{O\}$, deci $\triangle BAE$ este echilateral și de aici $BE = 12$ cm.	1p
	Cum $\sphericalangle BDE = 150^\circ$ și $\triangle BDE$ isoscel, obținem că $\sphericalangle EBC = 90^\circ$, deci $\triangle CBE$ este dreptunghic isoscel, așadar $EC = 12\sqrt{2}$ cm.	1p
	Perimetrul $\triangle CBE$ este de $12 + 12 + 12\sqrt{2} = 24 + 12\sqrt{2} < 41 \Leftrightarrow 12\sqrt{2} < 17 \Leftrightarrow 288 < 289$ „A”.	1p
5.	a) Segmentul EF este linie mijlocie în $\triangle BCD$, deci $BD = 20$ cm. Aplicând Teorema lui Pitagora în $\triangle ABD$, obținem $AD = 12$ cm.	1p 1p
	b) Cum aria dreptunghiului $ABCD = 16 \cdot 12 = 192$ cm ² , iar aria $\triangle ADE = 48$ cm ² , aria $\triangle ECF = 24$ cm ² și aria $\triangle ABF = 48$ cm ² , obținem că aria $\triangle AEF = 72$ cm ² . $AK = 2 \cdot KF$, deci aria $\triangle AKE = 48$ cm ² . Așadar aria $\triangle ECF$ reprezintă jumătate din aria $\triangle AKE$.	1p 1p 1p
	6.	a) $ABCD$ este pătrat, deci cum $AC = 18$ cm, obținem că $AO = 9$ cm, iar de aici aplicând teorema lui Pitagora în $\triangle VOA$, obținem că $VO = 12$ cm. Folosind formula volumului, obținem că volumul piramidei $VABCD$ este de 648 cm ³ .
	b) Cum MN este linie mijlocie în $\triangle VAD$, obținem că $MN \parallel AD \parallel BC$ și $MN = \frac{BC}{2}$, deci MN este linie mijlocie în $\triangle PBC$. M este mijlocul segmentelor VA și PB , deci patrulaterul $PABV$ este paralelogram, deci $PA \parallel VB$. $PA \parallel VB$, iar $VB \subset (VBC)$, așadar dreapta AP este paralelă cu planul (VBC) .	1p 1p 1p