

Prezenta lucrare conține \_\_\_\_\_ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU  
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2024 – 2025**

**Matematică**

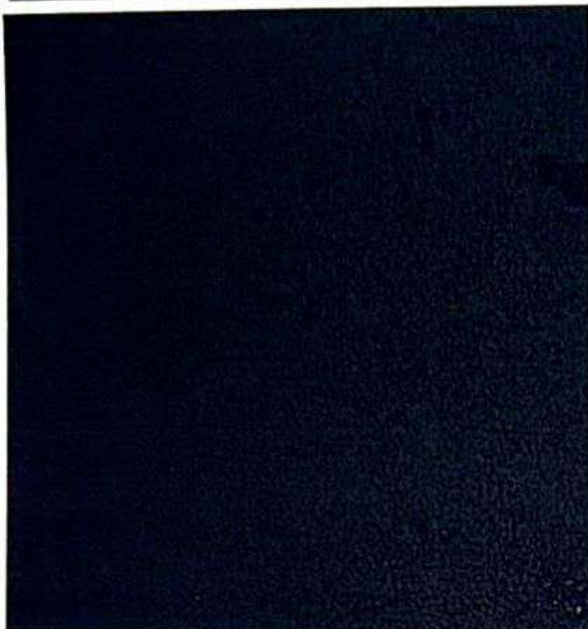
Numele:.....  
.....  
Inițiala prenumelui tatălui: .....  
Prenumele:.....  
.....  
Școala de  
proveniență: .....  
.....  
Centrul de examen: .....  
Localitatea: .....  
Județul: .....

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

### SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Rezultatul calculului <math>(40 + 2 \cdot 5) : 5</math> este:</p> <p>a) 6  <input checked="" type="radio"/> b) 10                      c) 38                      d) 42</p> <p style="margin-left: 100px;"><math>(40 + 10) : 5 = 50 : 5 = 10</math></p>
5p	<p>2. Dacă <math>\frac{x}{9} = \frac{2}{3}</math>, atunci numărul <math>x</math> este egal cu:</p> <p>a) <math>\frac{27}{2}</math>  <input checked="" type="radio"/> b) 6                      c) 2                      d) <math>\frac{1}{6}</math></p> <p style="margin-left: 100px;"><math>x = \frac{3 \cdot 9 \cdot 2}{3} = 6</math></p>
5p	<p>3. Se consideră mulțimile <math>A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}</math> și <math>B = \{2, 4, 6, 8\}</math>. Reuniunea mulțimilor <math>A</math> și <math>B</math> este mulțimea:</p> <p>a) <math>\{2, 4\}</math>                      b) <math>\{0, 1, 3, 5\}</math>                      c) <math>\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}</math>  <input checked="" type="radio"/> d) <math>\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}</math></p> <p style="margin-left: 100px;"><math>A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}</math></p>
5p	<p>4. Scrierea sub formă de fracție zecimală a fracției <math>\frac{5}{6}</math> este:</p> <p>a) 0,8                      b) 0,83  <input checked="" type="radio"/> c) 0,8(3)                      d) 0,(83)</p> <p style="margin-left: 100px;"><math>5 : 6 = 0,833 \dots</math></p> <p style="margin-left: 100px;"> <math display="block">\begin{array}{r} 0 \\ \underline{50} \\ 48 \\ \underline{20} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}</math> </p>

**5p** 5. Patru elevi, Alina, Bogdan, Corina și Dan, au calculat media aritmetică a numerelor  $a = \sqrt{3^2 + 4^2}$  și  $b = 45$ . Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Alina	Bogdan	Corina	Dan
15	25	26	50

Rezultatul corect a fost obținut de către:

a) Alina  
 b) Bogdan  
 c) Corina  
 d) Dan

$$a = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$b = 45$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{5+45}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

**5p** 6. Se consideră numărul real  $a = 11 - 5\sqrt{5}$ . Enunțul „Numărul real  $a$  este pozitiv.” este:

a) adevărat  
 b) fals

$$a = 11 - 5\sqrt{5} = \sqrt{121} - \sqrt{125} < 0$$

**SUBIECTUL al II-lea**

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

**5p** 1. În figura alăturată punctele  $A, B, C$  și  $D$  sunt coliniare, în această ordine, astfel încât  $AC = 2 \cdot AB$  și  $AD = 2 \cdot AC$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$  și  $AM = 2$  cm. Lungimea segmentului  $MD$  este egală cu:

a) 4 cm  
 b) 6 cm  
 c) 14 cm  
 d) 16 cm

**5p** 2. În figura alăturată punctele  $A, O$  și  $D$  sunt coliniare, unghiul  $BOC$  este drept, iar măsura unghiului  $AOC$  este egală cu  $30^\circ$ . Măsura unghiului  $BOD$  este egală cu:

a)  $120^\circ$   
 b)  $130^\circ$   
 c)  $150^\circ$   
 d)  $180^\circ$

**5p** 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , cu măsura unghiului  $ACB$  egală cu  $60^\circ$ . Semidreapta  $CM$  este bisectoarea unghiului  $ACB$  și  $CM = 8$  cm. Lungimea laturii  $AB$  este egală cu:

a)  $4\sqrt{3}$  cm  
 b) 8 cm  
 c) 12 cm  
 d)  $8\sqrt{3}$  cm

5p 4. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul  $ABCD$ . Triunghiurile  $ADC$  și  $ABC$  sunt dreptunghice isoscele, cu  $AD = CD$  și  $AC = BC$ . Aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $288\text{cm}^2$ . Aria triunghiului  $ADC$  este egală cu:

a)  $72\text{cm}^2$   
 b)  $144\text{cm}^2$   
 c)  $288\text{cm}^2$   
 d)  $576\text{cm}^2$

$\frac{AC \cdot BC}{2} = 288$   
 $AC^2 = 2 \cdot 288$   
 $AC = 24(\text{cm})$

$AD = DC = 12\sqrt{2}$   
 $A_{\Delta ADC} = \frac{12\sqrt{2} \cdot 12\sqrt{2}}{2} = 144(\text{cm}^2)$

5p 5. În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul  $O$ . Punctele  $A, B, C$  și  $D$  aparțin cercului, punctul  $O$  aparține segmentului  $AB$  și dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt paralele. Dacă măsura arcului mic  $BD$  este egală cu  $40^\circ$ , atunci măsura unghiului  $COD$  este egală cu:

a)  $40^\circ$   
 b)  $60^\circ$   
 c)  $80^\circ$   
 d)  $100^\circ$

$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BD} \equiv \widehat{AC}$   
 $\angle COD = \widehat{CD} = 180^\circ - 2 \cdot 40^\circ = 100^\circ$

5p 6. În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat  $ABCD$ . Dacă  $AB = 4\text{cm}$ , atunci aria totală a tetraedrului  $ABCD$  este egală cu:

a)  $4\sqrt{3}\text{cm}^2$   
 b)  $8\sqrt{3}\text{cm}^2$   
 c)  $24\text{cm}^2$   
 d)  $16\sqrt{3}\text{cm}^2$

$A_t = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. O echipă de muncitori a construit o pistă pentru biciclete în 3 zile. În prima zi a construit  $30\%$  din lungimea pistei, în a doua zi  $60\%$  din ce a rămas și în ultima zi cu  $7\text{km}$  mai puțin decât în a doua zi.

(2p) a) Verifică dacă în a doua zi echipa a construit mai mult decât în prima zi. Justifică răspunsul dat.

Notăm cu  $x$  lungimea pistei.

I:  $30\% \text{ din } x = \frac{30}{100} \cdot x = \frac{3x}{10}$

II:  $60\% \text{ din } 70\% \text{ din } x = \frac{60}{100} \cdot \frac{70x}{100} = \frac{42x}{100} = \frac{21x}{50}$

$\frac{42x}{100} > \frac{30x}{100}$

R: DA.

(3p) b) Determină lungimea pistei construite de echipă în cele trei zile.

$$\begin{aligned} \text{I: } & \frac{3x}{10} & x &= \frac{5 \cdot 3x}{10} + \frac{21x}{50} + \frac{21x}{50} - 7 \\ \text{II: } & \frac{2x}{100} = \frac{21x}{50} & x &= \frac{15x + 21x + 21x}{50} - 7 \\ \text{III: } & \frac{21x}{50} - 7 & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x = \frac{57x}{50} - 7 & \left. \begin{array}{l} 7x = 350 \\ x = \frac{350}{7} \\ x = 50 \end{array} \right\} \\ & \frac{57x}{50} - \frac{50x}{50} = 7 & \\ & \frac{7x}{50} = 7 \mid \cdot 50 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ R: 50 \text{ km} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

5p

2. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+4}{x-3} - \frac{x-3}{x+4} + \frac{49}{x^2+x-12} \right) : \frac{7}{x-3}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -4$  și  $x \neq 3$ .

(2p) a) Arată că  $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$ , pentru orice număr real  $x$ .

$$\begin{aligned} x^2 + x - 12 &= x^2 + 4x - 3x - 12 = x(x+4) - 3(x+4) = (x+4)(x-3) \\ &= (x-3)(x+4), \forall x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

(3p) b) Arată că numărul  $N = \sqrt{E(2) + E(4) + E(6) + \dots + E(16)}$  este natural.

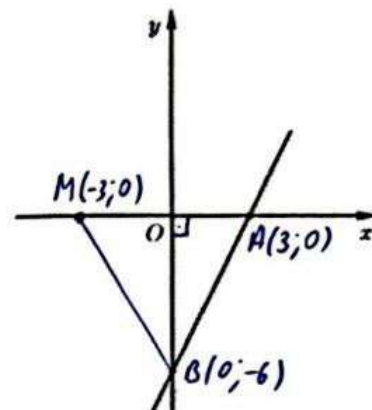
$$\begin{aligned} E(x) &= \left( \frac{x+4}{x-3} - \frac{x-3}{x+4} + \frac{49}{x^2+x-12} \right) : \frac{7}{x-3} & E(x) &= 2, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 3\} \\ E(x) &= \frac{\cancel{x} + 8x + 16 - \cancel{x} + 6x - 9 + 49}{(\cancel{x-3})(x+4)} \cdot \frac{\cancel{x-3}}{7} & N &= \sqrt{E(2) + E(4) + \dots + E(16)} \\ E(x) &= \frac{14x + 56}{x+4} \cdot \frac{1}{7} & N &= \sqrt{2 + 2 + \dots + 2} \\ E(x) &= \frac{\cancel{14}(x+4)}{x+4} \cdot \frac{1}{7} & N &= \sqrt{8 \cdot 2} \\ & & N &= 4 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

5p 3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 6$ .

(2p) a) Arată că  $f(3) \cdot f(2025) = 0$ .

$$f(3) = 2 \cdot 3 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow f(3) \cdot f(2025) = 0 \cdot f(2025) = 0$$



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției  $f$  intersectează axele  $Ox$  și  $Oy$  ale sistemului de axe ortogonale  $xOy$  în punctele  $A$ , respectiv  $B$ . Determină aria triunghiului  $ABM$ , unde punctul  $M$  este simetricul punctului  $A$  față de punctul  $O$ .

$$\mathcal{L}f \cap O_x = \{A(3; 0)\}$$

$$f(x) = 0$$

$$2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$A_{\Delta ABM} = \frac{AM \cdot BO}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\mathcal{L}f \cap O_y = \{B(0; -6)\}$$

$$f(0) = -6$$

$M$ -simetricul lui  $A$  față de  $O$

$$\Rightarrow M(-3, 0)$$

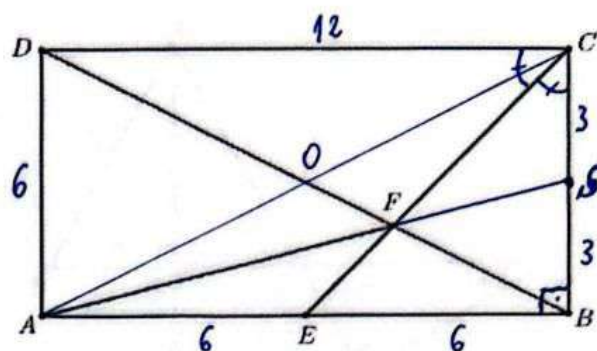
$$\Rightarrow [AM] = 6 \text{ (m)}$$

5p 4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul  $ABCD$ , cu  $AB=12\text{ cm}$  și  $BC=6\text{ cm}$ . Bisectoarea unghiului  $BCD$  intersectează latura  $AB$  în punctul  $E$  și diagonala  $BD$  în punctul  $F$ .

(2p) a) Arată că perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  este egal cu  $36\text{ cm}$ .

$$P_{ABCD} = 2 \cdot AB + 2 \cdot BC = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 6$$

$$= 24 + 12 = 36 \text{ (cm)}$$



(3p) b) Calculează lungimea segmentului  $AF$ .

$$\text{Fie } \{O\} = DB \cap AC \Rightarrow O - \text{mij. } [AC] \quad (1)$$

$BO - \text{mediană}$

$$(CE - \text{bisect. } \sphericalangle BCD \Rightarrow \sphericalangle BCE = 45^\circ \Rightarrow \triangle EBC - \text{dre. și is.} \Rightarrow EB = BC = 6\text{ cm}$$

$$\Rightarrow E - \text{mij. } [AB] \quad (2)$$

$CE - \text{mediană}$

$$\text{Din (1) și (2)} \Rightarrow F - \text{centrul de gr. al } \triangle ABC \Rightarrow S - \text{mij. } [BC],$$

$AS - \text{mediană}$

$$\{S\} = AF \cap CE. \Rightarrow AF = \frac{2}{3} \text{ din } AS.$$

$$\triangle ABS \left. \begin{array}{l} \text{T.P.} \\ \sphericalangle B = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow AS = \sqrt{144 + 9} = \sqrt{153} = 3\sqrt{17} \text{ (cm)}$$

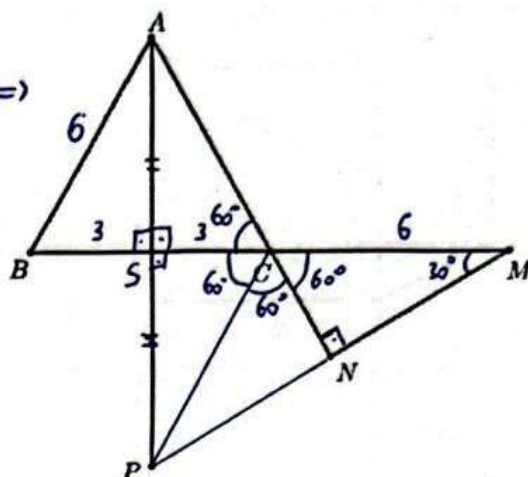
$$\Rightarrow AF = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{17} = 2\sqrt{17} \text{ (cm)}.$$

5p

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral  $ABC$  cu  $AB = 6\text{ cm}$ . Punctele  $B, C$  și  $M$  sunt coliniare și punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $BM$ . Punctul  $N$  este proiecția punctului  $M$  pe dreapta  $AC$ , iar dreapta  $BC$  este mediatoarea segmentului  $AP$ .

(2p) a) Arată că lungimea segmentului  $NC$  este egală cu 3 cm.

$M_{AC} M = N \Rightarrow \angle MNC = 90^\circ$   
 $\angle ACB = 60^\circ \Rightarrow \angle MCN = 60^\circ$  (op. la  $\angle B$ )  
 $\Rightarrow \angle NMC = 30^\circ$   
 $\Delta MNC$   
 $\left. \begin{array}{l} \angle N = 90^\circ \\ \angle M = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow NC = \frac{MC}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (cm)}$



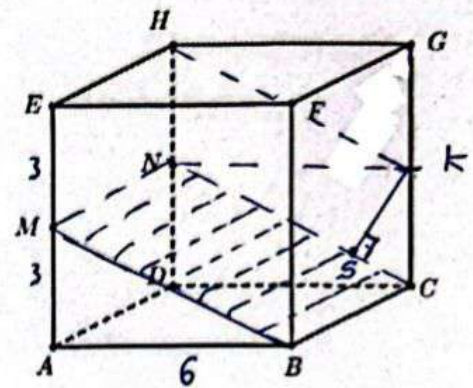
(3p) b) Demonstrează că punctele  $M, N$  și  $P$  sunt coliniare.

Fie  $\{S\} = AP \cap BC$   
 $BC$ -mediatoarea  $[AP] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \angle ASC = 90^\circ \\ [CA] \equiv [CP] \Rightarrow [CM] \equiv [CP] \end{array} \right.$   
 $\Delta ASC \equiv \Delta PSC$  (c.c.)  $\Rightarrow \angle ACS \equiv \angle PCS = 60^\circ \Rightarrow \angle PCN = 60^\circ$   
 $\left. \begin{array}{l} \angle PCN \equiv \angle MCN \\ [PC] \equiv [MC] \\ CN - \text{lat. com.} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{L.U.L.}} \Delta PCN \equiv \Delta MCN \Rightarrow \angle MNC \equiv \angle PNC = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \angle PNM = 180^\circ \Rightarrow P, N, M$  - coliniare.

5p 6. În figura alăturată este reprezentat cubul  $ABCDEFGH$  cu  $AB = 6\text{ cm}$ . Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $AE$  și  $DH$ .

(2p) a) Arată că volumul cubului  $ABCDEFGH$  este egal cu  $216\text{ cm}^3$ .

$$V = AB^3 = 6^3 = 216 \text{ (cm}^3\text{)}$$



(3p) b) Calculează distanța de la punctul  $H$  la planul  $(CMN)$ .

Fie  $K$  - mij.  $[GC] \Rightarrow HK \parallel NC$  ( $HNCK$  - paralelogram)

$$\left. \begin{array}{l} HK \parallel NC \\ NC \subset (CMN) \end{array} \right\} \Rightarrow HK \parallel (CMN) \Rightarrow d(H; (CMN)) = d(K; (CMN))$$

Fie  $S \in NC$  a.r.  $KS \perp NC$ .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cum } BC \perp (DCG) \\ KS \subset (DCG) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp KS, \text{ deci } KS \perp BC$$

$$\left. \begin{array}{l} KS \perp NC, NC \subset (BCN) \\ KS \perp BC, BC \subset (BCN) \\ NC \cap BC = \{C\} \end{array} \right\} \Rightarrow KS \perp (BCN), \text{ deci } KS \perp (CMN) \Rightarrow d(H; (CMN)) = [KS]$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta NKC \\ \sphericalangle K = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{T.P.}} NC = \sqrt{NK^2 + KC^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta NKC \\ \sphericalangle K = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow KS = \frac{NK \cdot KC}{NC} = \frac{6 \cdot 3}{3\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}$$