

Prezenta lucrare conține \_\_\_\_\_ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU  
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2022 – 2023**

**Matematică**

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui: .....

Prenumele:.....

Școala de proveniență: .....

Centrul de examen: .....

Localitatea: .....

Județul: .....

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

### SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Numărul natural scris în baza zece, de forma $\overline{17x}$ , divizibil cu 10, este egal cu: a) 17 b) 70 c) 100 <input checked="" type="radio"/> d) 170 $170 : 10$
5p	2. Numărul care reprezintă 20% din 50 este egal cu: <input checked="" type="radio"/> a) 10 b) 20 c) 25 d) 100 $20\% \text{ din } 50 = \frac{20}{100} \cdot 50 = 10$
5p	3. Suma numerelor întregi din intervalul $[-2,3]$ , este egală cu: a) -9 b) -3 <input checked="" type="radio"/> c) 3 d) 6 $\cancel{-2} - \cancel{1} + 0 + \cancel{1} + \cancel{2} + 3 = 3$
5p	4. Inversul numărului $\frac{2}{3}$ este numărul: a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ <input checked="" type="radio"/> d) $\frac{3}{2}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

5p 5. Patru elevi, Elena, Maria, George și Mihai, au calculat media geometrică a numerelor  $x = 3 - 2\sqrt{2}$  și  $y = 3 + 2\sqrt{2}$  și au obținut următoarele rezultate:

Elena	Maria	George	Mihai
$\sqrt{17}$	$\sqrt{2}$	1	3

Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:

- a) Elena  
b) Maria  
c) George  
d) Mihai

$$M_g = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{9 - 8} = \sqrt{1} = 1.$$

5p 6. Afirmatia „Numărul 4 este mai mare decât numărul  $2\sqrt{5}$ .” este:

- a) adevărată  
b) falsă

$$\left. \begin{array}{l} 4 = \sqrt{16} \\ 2\sqrt{5} = \sqrt{20} \end{array} \right\} \Rightarrow 4 < 2\sqrt{5}$$

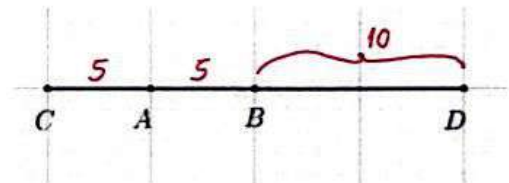
### SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p 1. În figura alăturată este reprezentat segmentul  $AB$  cu lungimea de 5 cm. punctul  $C$  este simetricul punctului  $B$  față de punctul  $A$ , iar punctul  $D$  este simetricul punctului  $C$  față de punctul  $B$ . Lungimea segmentului  $CD$  este egală cu:

- a) 5 cm  
b) 10 cm  
c) 15 cm  
d) 20 cm



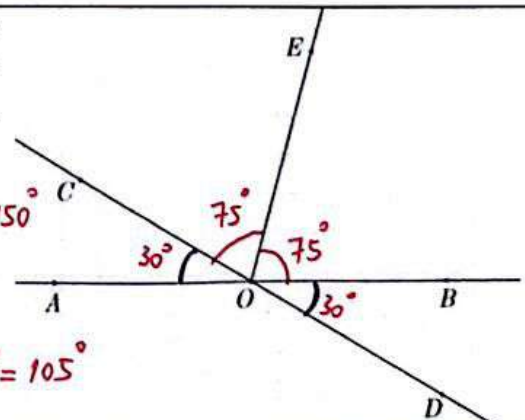
5p 2. În figura alăturată, unghiurile  $AOC$  și  $BOD$  sunt opuse la vârf. Măsura unghiului  $AOC$  este egală cu  $30^\circ$ , iar semidreapta  $OE$  este bisectoarea unghiului  $BOC$ . Măsura unghiului  $DOE$  este egală cu:

- a)  $75^\circ$   
b)  $90^\circ$   
c)  $105^\circ$   
d)  $150^\circ$

$$\angle BOC = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\angle BOE = \frac{\angle BOC}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\angle DOE = \angle DOB + \angle BOE = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$



5p 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 12$  cm,  $BC = 13$  cm și  $AC = 7$  cm. Punctele  $M$ ,  $N$  și  $P$  sunt mijloacele segmentelor  $AB$ ,  $BC$ , respectiv  $AC$ .

Perimetrul triunghiului  $MNP$  este egal cu:

- a) 8 cm  
b) 16 cm  
c) 18 cm  
d) 32 cm

$[MN], [MP], [NP]$  - linii

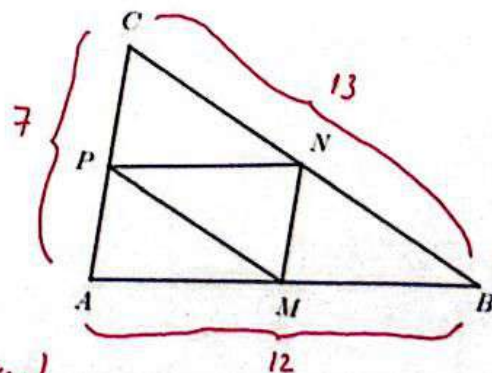
mijlocii în  $\Delta ABC$

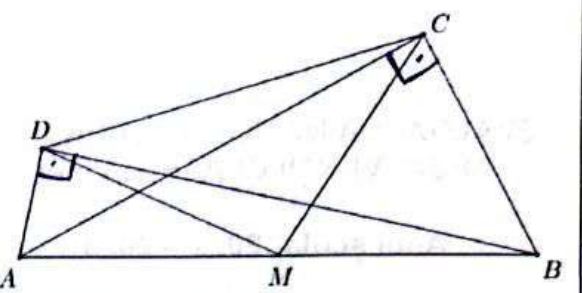
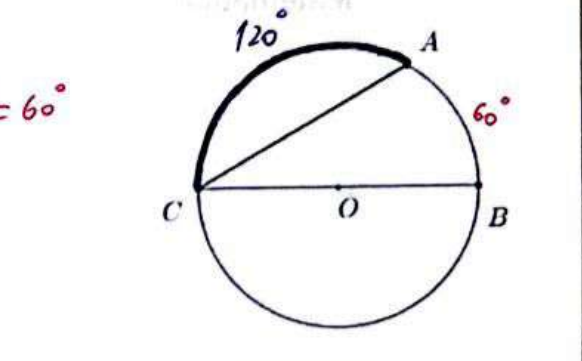
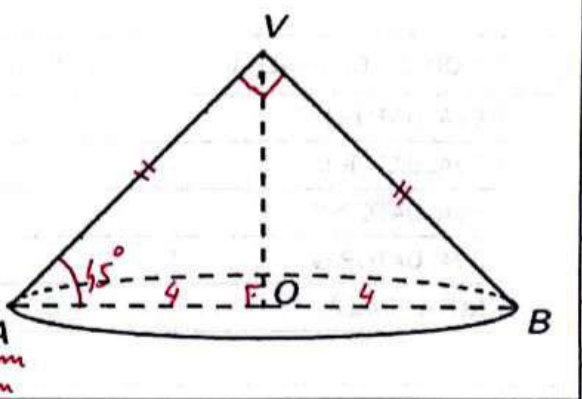
$$\Rightarrow MN = \frac{AC}{2} = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ cm}$$

$$MP = \frac{BC}{2} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ cm}$$

$$NP = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$P_{\Delta MNP} = MN + MP + NP = 3,5 + 6,5 + 6 = 16 \text{ (cm)}$$



5p	<p>4. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul <math>ABCD</math>. Dreapta <math>AC</math> este perpendiculară pe dreapta <math>BC</math> și dreapta <math>AD</math> este perpendiculară pe dreapta <math>BD</math>. Punctul <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>AB</math> și măsura unghiului <math>DCM</math> este egală cu <math>40^\circ</math>.</p> <p>Măsura unghiului <math>CMD</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>80^\circ</math> b) <math>90^\circ</math> <b>c) <math>100^\circ</math></b> d) <math>120^\circ</math></p> <p><i><math>\Delta ACB, \Delta ADB</math> - tr. dreptunghice <math>DM, CM</math> - mediane <math>DM = CM = \frac{AB}{2} \Rightarrow \Delta CMD</math> - isoscel <math>\Rightarrow \angle OCM = \angle COM = 40^\circ</math> <math>\Rightarrow \angle CMD = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ</math></i></p>	
5p	<p>5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru <math>O</math> și diametru <math>BC</math>. Punctul <math>A</math> aparține cercului, astfel încât măsura arcului mic <math>AC</math> este egală cu <math>120^\circ</math>.</p> <p>Măsura unghiului <math>ACB</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>30^\circ</math> b) <math>60^\circ</math> c) <math>90^\circ</math> <b>d) <math>120^\circ</math></b></p> <p><i><math>\widehat{AB} = \widehat{CB} - \widehat{AC} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ</math> <math>\angle ACB = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ</math></i></p>	
5p	<p>6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic <math>VAB</math> și raza bazei conului <math>AO = 4</math> cm.</p> <p>Generatoarea acestui con are lungimea egală cu:</p> <p>a) 4 cm b) <math>4\sqrt{2}</math> cm c) 8 cm d) <math>8\sqrt{2}</math> cm</p> <p><i><math>\Delta AVB</math> - dreptunghic și isoscel <math>\Rightarrow \angle VAO = 45^\circ</math> <math>VO</math> - înălțime <math>\Rightarrow \angle VOA = 90^\circ</math> <math>\Rightarrow \angle OVA = 45^\circ</math>, deci <math>\Delta VOA</math> - dr. și is <math>\Rightarrow VO = AO = 4</math> cm <math>\Rightarrow VA = 4\sqrt{2}</math> cm</i></p>	

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Într-un bloc de locuințe sunt 22 de apartamente cu două, respectiv cu patru camere, în total fiind 60 de camere.</p> <p>(2p) a) Este posibil ca în acest bloc să fie 16 apartamente cu patru camere? Justifică răspunsul dat.</p> <p><math>16 \cdot 4 = 64 &gt; 60</math></p> <p>R: NU E POSIBIL.</p>
----	---

(3p) b) Determină numărul de apartamente cu două camere din acest bloc.

Fie  $x$  nr. de ap. cu 2 camere

Fie  $y$  nr. de ap. cu 4 camere

$$\begin{cases} x+y=22 \\ 2x+4y=60 \end{cases} \quad | :(-2) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x+y=22 \\ -x-2y=-30 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x+y=22 \\ y=8 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x=14 \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \hline -y = -8 \\ y = 8 \end{array}$$

R: În bloc sunt 14 ap. cu 2 camere

5p

2. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x^2-9}{x^2-16} - 1 \right) : \left( \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2-16} \right)$ , unde  $x$  este număr real,

$$x \neq -4, x \neq 4 \text{ și } x \neq \frac{3}{2}.$$

(2p) a) Arată că  $E(x) = \frac{7}{2x-3}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -4, x \neq 4$  și  $x \neq \frac{3}{2}$ .

$$E(x) = \left( \frac{x^2-9}{(x-4)(x+4)} - \frac{x^2-16}{(x-4)(x+4)} \right) : \left( \frac{x-4}{(x-4)(x+4)} + \frac{x+4}{(x-4)(x+4)} - \frac{3}{(x-4)(x+4)} \right)$$

$$E(x) = \frac{\cancel{x^2-9} + \cancel{x^2-16}}{(x-4)(x+4)} : \frac{\cancel{x-4} + \cancel{x+4} - 3}{\cancel{x-4} + \cancel{x+4} - 3}$$

$$E(x) = \frac{7}{1} : \frac{1}{2x-3}$$

$$E(x) = \frac{7}{2x-3}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -4, 4, \frac{3}{2} \right\}$$

(3p) b) Determină numerele naturale  $n$  pentru care  $E(n)$  este număr natural.

$$E(n) \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \frac{7}{2n-3} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow 2n-3 \in \{1; 7\} \quad | +3$$

$$2n \in \{4; 10\} \quad | :2$$

$$n \in \{2; 5\}$$

5p 3. Se consideră numerele  $a = \left(-\frac{1}{3}\right)^{32} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{30} \cdot (-6)^2$  și  $b = \left(\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3}\right) \cdot (0,5)^{-2}$ .

(2p) a) Arată că  $a = 4$ .

$$a = \left(-\frac{1}{3}\right)^{32} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{30} \cdot (-6)^2$$

$$a = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 36$$

Am folosit  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$a = \frac{1}{9} \cdot 36$$

$$a = 4$$

(3p) b) Calculează media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$ .

$$b = \left(\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3}\right) \cdot (0,5)^{-2}$$

$$b = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{10}\right)^{-2}$$

Am folosit  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

$$b = \left(\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^2$$

$$b = \frac{3}{6} \cdot 2^2$$

$$b = \frac{1}{2} \cdot 4$$

$$b = 2$$

$$M_a = \frac{a+b}{2} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  cu  $BC = 10\text{cm}$ ,  $AC = 20\text{cm}$  și măsura unghiului  $ACB$  este egală cu  $30^\circ$ . Punctul  $D$  aparține segmentului  $AC$ , astfel încât unghiul  $DBC$  este congruent cu  $BAC$ .

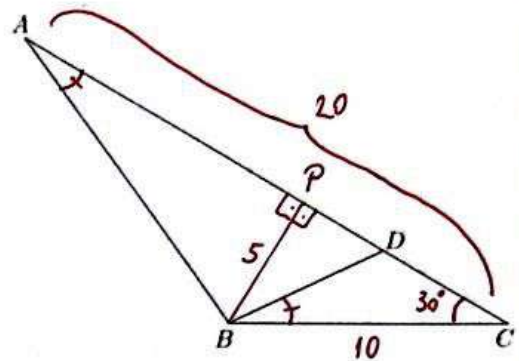
(2p) a) Arată că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $50\text{cm}^2$ .

M I

Fie  $P \in AC$  a.î.  $BP \perp AC$ .

$$\left. \begin{array}{l} \triangle BPC \\ \angle P = 90^\circ \\ \angle C = 30^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{T.30^\circ} BP = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5(\text{cm})$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BP}{2} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50(\text{cm}^2)$$



M II

$$A_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BC \cdot \sin \widehat{ACB}}{2} = \frac{20 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ}{2} = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50(\text{cm}^2)$$

(3p) b) Calculează lungimea segmentului  $CD$ .

$$\left. \begin{array}{l} \angle BAC \equiv \angle DBC \\ \angle ACB \equiv \angle BCD \end{array} \right\} \xrightarrow{U.U.} \triangle ABC \sim \triangle BDC \Rightarrow \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow \frac{10}{DC} = \frac{20}{10}$$

$$\Rightarrow DC = \frac{10 \cdot 10}{20} = 5(\text{cm})$$

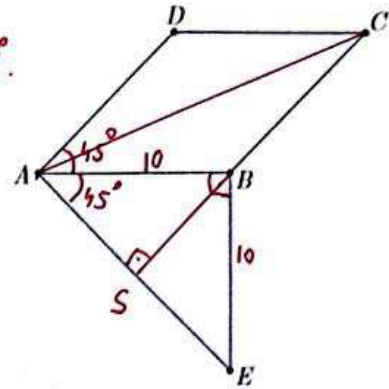
5p 5. În figura alăturată sunt reprezentate rombul  $ABCD$  cu măsura unghiului  $BAD$  egală cu  $45^\circ$  și triunghiul dreptunghic isoscel  $ABE$  cu  $AB = BE = 10\text{cm}$ . Punctele  $C$  și  $E$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $AB$ .

(2p) a) Arată că dreapta  $DA$  este perpendiculară pe dreapta  $AE$ .

$\Delta ABE$  - dreptunghic și isoscel  $\Rightarrow \angle BAE = 45^\circ$

$\angle DAE = \angle DAB + \angle BAE = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow DA \perp AE$



(3p) b) Arată că tangenta unghiului  $CAE$  este egală cu  $\sqrt{2} + 1$ .

Fie  $S$  - mij.  $[AE]$ .  $\Rightarrow BS$  - mediană, înălțime și bisectoare

$\Delta ABE$  - dr. și is  $\Rightarrow \angle ABS = 45^\circ$ ;  $AS = \frac{AE}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$  (cm)

$ABCD$  - romb  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - \angle DAB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

$\angle CBS = \angle ABC + \angle ABS = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow C, B, S$  - coliniare

$\Delta CSA$   $\left. \begin{array}{l} \angle S = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \angle CAE = \operatorname{tg} \angle CAS = \frac{CS}{AS} = \frac{10 + 5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{5(2 + \sqrt{2})}{5\sqrt{2}} =$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{2} = \sqrt{2} + 1$

$CS = CB + BS = 10 + 5\sqrt{2}$

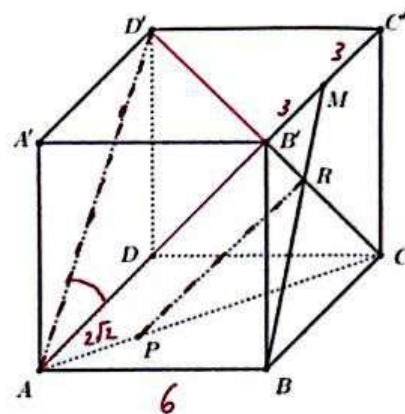
$\Delta ASB$   $\left. \begin{array}{l} \angle A = 45^\circ \\ \angle S = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ASB$  - dr. și is  $\Rightarrow BS = AS = 5\sqrt{2}$  (cm).

5p

6. În figura alăturată este reprezentat cubul  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 6$  cm. Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $B' C'$  și dreptele  $BM$  și  $B' C'$  se intersectează în punctul  $R$ . Punctul  $P$  aparține segmentului  $AC$ , astfel încât  $AP = 2\sqrt{2}$  cm.

(2p) a) Arată că  $CP = 2 \cdot AP$ .

$ABCO$  - pătrat  $\Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$  (cm)  
 $PC = AC - AP = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$  (cm)  
 $\Rightarrow CP = 2 \cdot AP$



(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor  $PR$  și  $AD'$ .

$B'M \parallel BC \stackrel{T.I.a}{\Leftrightarrow} \triangle B'MR \sim \triangle CRB, k = \frac{B'M}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{B'R}{RC} = \frac{1}{2}$   
 $\frac{AP}{PC} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$   
 $\left. \begin{array}{l} \frac{B'R}{RC} = \frac{1}{2} \\ \frac{AP}{PC} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} R.T.R \\ \Rightarrow PR \parallel AB' \end{array}$

$\sphericalangle (PR; AD') = \sphericalangle (AB'; AD') = \sphericalangle \triangle AB'D'$

$\left. \begin{array}{l} AD' = 6\sqrt{2} \text{ cm} \\ AB' = 6\sqrt{2} \text{ cm} \\ BD' = 6\sqrt{2} \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AB'D' - \text{echilateral} \Rightarrow \sphericalangle \triangle AB'D' = 60^\circ$