Prezenta lucrare conţine ______ pagini

Numele:...
....
Iniţiala prenumelui tatălui: ....
Prenumele:...
....
Şcoala de provenienţă: ....
....
Centrul de examen: ....
Localitatea: ....
Judeţul: ....

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ
PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2025-2026

Disciplina: Matematică

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $12-8:4$ este egal cu: **a)** 16 **b)** 10 **c)** 5 **d)** 1 $12-8:4=12-2=10.$
5p	**2.** Din cei 26 de elevi ai unei clase, 50% sunt băieți. Numărul băieților din acea clasă este egal cu: **a)** 5 **b)** 12 **c)** 13 **d)** 20 50% din 26 $=\frac{\cancel{50}^{1}}{\cancel{100}_{2}}\cdot 26=\frac{26}{2}=13.$
5p	**3.** Cel mai mare număr natural din intervalul $\left(\frac{2}{3},\frac{9}{4}\right]$ este egal cu: **a)** 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 9 $9:4=2,25$
5p	**4.** Dacă $2x=\frac{3}{2}$, atunci $4x$ este egal cu: $2x=\frac{3}{2} \mid \cdot 2$ $4x=3$ **a)** $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{8}{3}$ **c)** 3 **d)** 6

5p **5.** Patru elevi, Alin, Mihai, Ioana și Maria, au calculat produsul numerelor $a=3+2\sqrt{2}$ și $b=3-2\sqrt{2}$. Rezultatele obținute de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Alin	Mihai	Ioana	Maria
17	6	5	1

Conform informațiilor din tabel, rezultatul corect a fost obținut de:

a) Alin
b) Mihai
c) Ioana
d) Maria

$a\cdot b=(3+2\sqrt{2})\cdot(3-2\sqrt{2})=3^2-(2\sqrt{2})^2=9-8=1.$

5p **6.** Două pixuri și un caiet costă 20 de lei. Enunțul: „Patru pixuri și două caiete, de același tip, costă 40 de lei." este:

a) adevărat
b) fals

$2\cdot x+y=20\,|\cdot 2$
$4x+2y=40$

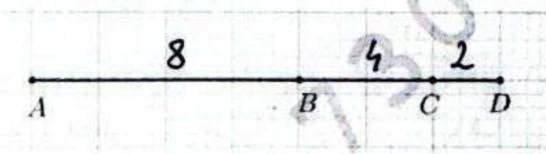
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât lungimea segmentului BC este jumătate din lungimea segmentului AB și lungimea segmentului CD este jumătate din lungimea segmentului BC. Dacă $BC=4$ cm, atunci lungimea segmentului AD este egală cu:

a) 20 cm
b) 14 cm
c) 12 cm
d) 7 cm

$8+4+2=14.$

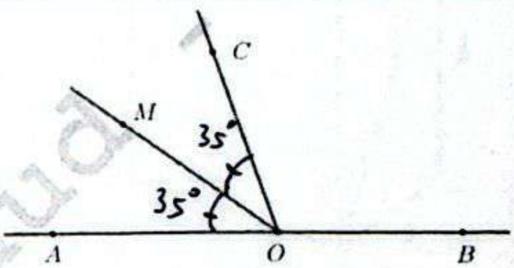


5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente suplementare AOC și COB. Semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOC, iar măsura unghiului MOB este egală cu $145°$. Măsura unghiului BOC este egală cu:

a) $35°$
b) $70°$
c) $105°$
d) $110°$

$180°-145°=35°$

$180°-70°=110°$

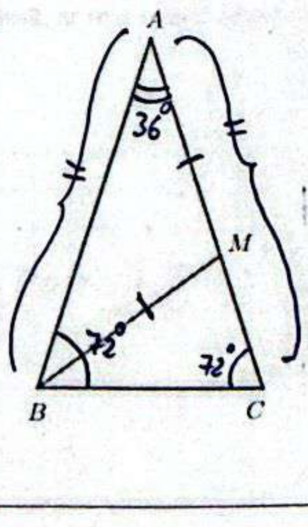


5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu $AB=AC$ și măsura unghiului BAC este egală cu $36°$. Punctul M aparține laturii AC, astfel încât $AM=BM$. Măsura unghiului MBC este egală cu:

a) $18°$
b) $36°$
c) $54°$
d) $72°$

$\sphericalangle B\equiv\sphericalangle C=\dfrac{180°-36°}{2}=\dfrac{144°}{2}=72°$

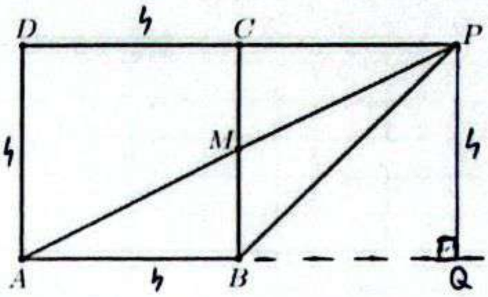
$\sphericalangle ABM=36° \Rightarrow \sphericalangle MBC=36°$



5p **4.** În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu $AB = 4$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC. Dreptele AM și DC se intersectează în punctul P. Aria triunghiului ABP este egală cu:

a) 3 cm^2
b) 4 cm^2
c) 8 cm^2
d) 16 cm^2

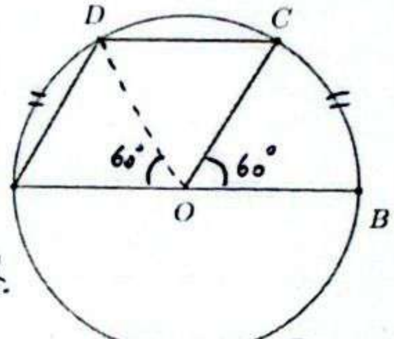
$$A_{\Delta ABP} = \frac{AB \cdot PQ}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8\text{cm}^2$$



5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și diametru AB. Punctele C și D aparțin cercului, astfel încât dreptele AB și CD sunt paralele și măsura unghiului BOC este egală cu $60°$. Măsura unghiului BAD este egală cu:

a) $30°$
b) $60°$
c) $90°$
d) $120°$

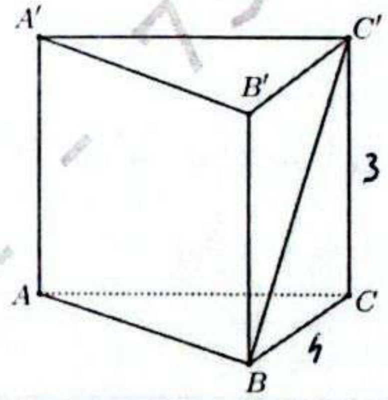
$DC \parallel AB \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 60°$
$\Rightarrow \widehat{AOD} = 60°$.
$[AO] \equiv [DO]$ (raze) $\Big\} \Rightarrow \Delta AOD$-echilat.
$\Rightarrow \sphericalangle OAD = \sphericalangle BAD = 60°$.



5p **6.** În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghiul echilateral ABC, cu $AA' = 3$ cm și $AB = 4$ cm. Lungimea segmentului BC' este egală cu:

a) 3cm
b) 4cm
c) 5cm
d) 7cm

$BC'^2 = 9 + 16$
$BC' = \sqrt{25} = 5$ (cm)



SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Pentru a putea așeza elevii unei clase câte doi în fiecare bancă, în această sală de clasă, ar mai trebui adusă încă o bancă în care să fie așezați doi elevi.

(2p) a) Verifică dacă în această clasă pot fi 25 de elevi. Justifică răspunsul dat.

x – nr. de bănci
y – nr. de elevi

$y = 25$
$25 \not\vdots 2 \Rightarrow$ NU E POSIBIL.

(3p) b) Dacă elevii acestei clase se așază câte 4 în bancă, atunci într-una dintre bănci stau doar 2 elevi, iar 5 bănci rămân libere. Determină numărul băncilor din această clasă.

$$\begin{cases} y = 2\cdot(x+1) \\ y = 4(x-6)+2 \end{cases} \Rightarrow 2x + \cancel{2} = 4x - 24 + \cancel{2}$$

$$24 = 2x$$

$$x = 12$$

R: 12 bănci.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{1-x}\right):\frac{x^2-6x+9}{x-1}$, unde x este număr real, $x\neq 1, x\neq 2$ și $x\neq 3$.

(2p) a) Arată că $x^2-3x+2=(x-2)(x-1)$, pentru orice număr real x.

$$x^2-3x+2 = x^2-x-2x+2 = x(x-1)-2(x-1) = (x-1)(x-2),$$

$$\forall x \in \mathbb{R}.$$

(3p) b) Arată că numărul $T=E(4)+E(5)+E(6)+E(7)$ este mai mic decât $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$E(x) = \left(\frac{1}{(x-1)(x-2)} - {}^{(x-2)}\frac{1}{x-1}\right)\cdot\frac{x-1}{(x-3)^2}$$

$$E(x) = \frac{1-x+2}{\cancel{(x-1)}(x-2)}\cdot\frac{\cancel{x-1}}{(x-3)^2}$$

$$E(x) = \frac{-x+3}{x-2}\cdot\frac{1}{(x-3)^2}$$

$E(x) = -\frac{\cancel{(x-3)}}{x-2} \cdot \frac{1}{(x-3)^{\cancel{2}}}$

$E(x) = \frac{-1}{(x-2)(x-3)}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1,2,3\}$

$T = E(4) + E(5) + E(6) + E(7)$

$T = \frac{-1}{2 \cdot 1} + \frac{-1}{3 \cdot 2} + \frac{-1}{4 \cdot 3} + \frac{-1}{5 \cdot 4}$

$T = {}^{30)}\frac{-1}{2} + {}^{10)}\frac{-1}{6} + {}^{5)}\frac{-1}{12} + {}^{3)}\frac{-1}{20}$

$T = \frac{-30-10-5-3}{60} = \frac{-48^{(12}}{60} = -\frac{4}{5}$

$P_p.$ că $-\frac{4}{5} < -\frac{\sqrt{2}}{2} \;|\cdot(-1)$

${}^{2)}\frac{4}{5} > {}^{5)}\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{8}{10} > \frac{5\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \sqrt{64} > \sqrt{50}$ „A".

5p **3.** În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctele $A(2,0)$ și $B(10,4)$.

(2p) a) Arată că $AB = 4\sqrt{5}$.

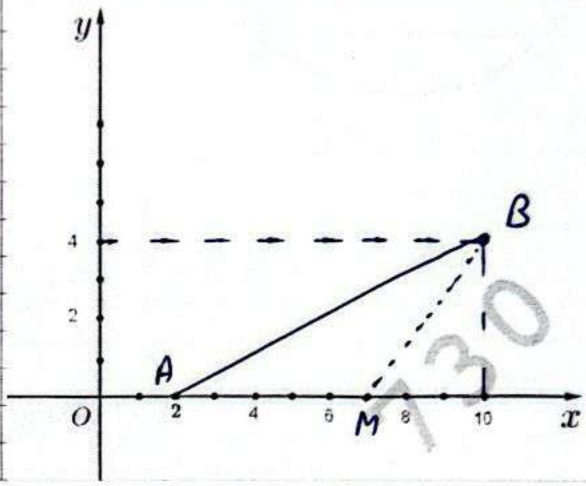
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{(10-2)^2 + (4-0)^2}$

$AB = \sqrt{8^2 + 4^2}$

$AB = \sqrt{80}$

$AB = 4\sqrt{5}$ (u).



(3p) b) Determină coordonatele punctului M, situat pe axa Ox, aflat la distanțe egale față de punctele A și B.

$\left.\begin{array}{l} \text{Fie } M(a;b) \\ M \in O_x \end{array}\right\} \Rightarrow b = 0 \Rightarrow M(a;0)$

$MA = MB \Rightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{(a-10)^2 + (0-4)^2}$

$\sqrt{(a-2)^2} = \sqrt{(a-10)^2 + 16} \;|\; (\;)^2$

$(a-2)^2 = (a-10)^2 + 16$

$\cancel{a^2} - 4a + 4 = \cancel{a^2} - 20a + 100 + 16$

$16a = 116 - 4$

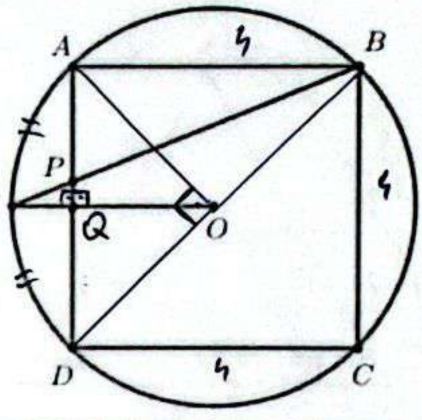
$16a = 112 \;|:16$

$a = 7$

$\Rightarrow M(7;0)$.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A, B, C și D aparțin cercului, astfel încât $ABCD$ este pătrat, cu $AB = 4$ cm. Punctul M este mijlocul arcului mic AD, iar dreptele AD și BM se intersectează în punctul P.

(2p) a) Arată că $MO = 2\sqrt{2}$ cm.



$ABCD$ - pătrat $\Rightarrow BD = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ (cm)

$\Rightarrow OD = 2\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow r$ (raza) $= 2\sqrt{2}$ cm.

$M \in \mathcal{C} \Rightarrow OM = r = 2\sqrt{2}$ (cm).

(3p) b) Demonstrează că tangenta unghiului BPA este egală cu $1+\sqrt{2}$.

$\left.\begin{array}{l}\overset{\frown}{AD} = \sphericalangle AOD = 90^\circ \\ M - \text{mij. } \overset{\frown}{AD}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\sphericalangle MOD = 45^\circ \\ \sphericalangle ODA = 45^\circ \\ \text{Fie } \{Q\} = AD \cap MO\end{array}\right\} \Rightarrow \sphericalangle DQO = 90^\circ$

$\Rightarrow PQ \perp MQ$

$\Rightarrow MQ \parallel AB$.

QO (apotema pătratului) $= \frac{AB}{2} = 2$ cm

$MQ = MO - QO = 2\sqrt{2} - 2 = 2(\sqrt{2}-1)$ cm.

$MQ \parallel AB \xRightarrow{T.F.A} \triangle MQP \sim \triangle BAP \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{PQ}{PA} = \frac{MQ}{AB} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{4} = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \Rightarrow 2 \cdot PQ = (\sqrt{2}-1)PA \quad (1)$

$PQ + PA = 2$ cm $\mid \cdot 2$

$2PQ + 2PA = 4$ cm $\quad (2)$

$\xRightarrow{(1),(2)} \sqrt{2}PA - PA + 2PA = 4$

$\sqrt{2}PA + PA = 4$

$PA(\sqrt{2}+1) = 4 \Rightarrow PA = \frac{4}{\sqrt{2}+1}$

$tg \sphericalangle BPA = \frac{AB}{AP} = \frac{4}{\frac{4}{\sqrt{2}+1}} = \frac{4}{1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{4} = \sqrt{2}+1$.

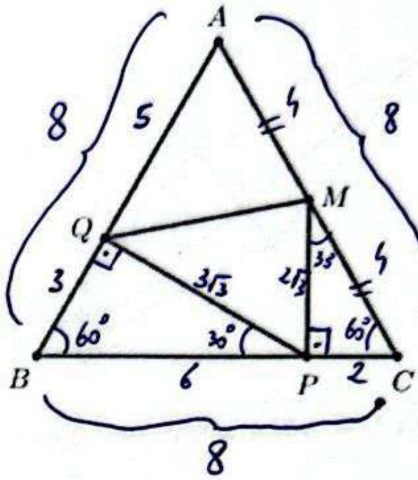
5p 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC, cu $AB = 8$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AC, punctul P este proiecția punctului M pe dreapta BC și punctul Q este proiecția punctului P pe dreapta AB.

(2p) a) Arată că $PC = 2$ cm.

$MP \perp PC \Rightarrow \triangle MPC$ - dr. în P.

$\left.\begin{array}{l} \triangle MPC \\ \sphericalangle P = 90^\circ \\ \sphericalangle C = 60^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \sphericalangle M = 30^\circ$

$\xRightarrow{T. \sphericalangle 30^\circ} PC = \frac{MC}{2} = \frac{4}{2} = 2$ (cm)



(3p) b) Determină aria triunghiului MPQ.

$\left.\begin{array}{l} PQ \perp QB \Rightarrow \triangle BQP - \text{dr. în } Q \\ \sphericalangle B = 60^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \sphericalangle QPB = 30^\circ \\ \sphericalangle MPC = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow$

$BP = BC - PC = 8 - 2 = 6$ (cm)

$\Rightarrow \sphericalangle QPM = 60^\circ$.

$\left.\begin{array}{l} \triangle BQP \\ \sphericalangle Q = 90^\circ \\ \sphericalangle P = 30^\circ \end{array}\right\} \xRightarrow{T. \sphericalangle 30^\circ} BQ = \frac{BP}{2} = \frac{6}{2} = 3$ (cm)

$\left.\begin{array}{l} \triangle MPC \\ \sphericalangle P = 90^\circ \end{array}\right\} \xRightarrow{T.P.} MP^2 = MC^2 - PC^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

$MP = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ (cm)

$\left.\begin{array}{l} \triangle BQP \\ \sphericalangle Q = 90^\circ \end{array}\right\} \xRightarrow{T.P.} QP^2 = BP^2 - BQ^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$

$QP = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ (cm)

$A_{\triangle MPQ} = \frac{QP \cdot PM \cdot \sin \widehat{QPM}}{2} = \frac{(3\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{3}) \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{\frac{18 \cdot \sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

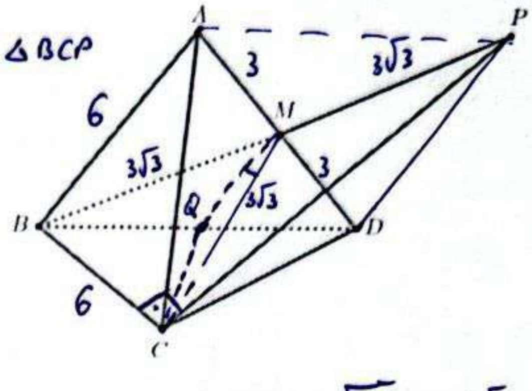
5p **6.** În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat $ABCD$, cu $AB = 6\text{cm}$. Punctul M este mijlocul muchiei AD și punctul P este simetricul punctului B față de punctul M.

(2p) a) Arată că $CP = 6\sqrt{2}\text{ cm}$.

$BM = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow MP = 3\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow BP = 6\sqrt{3}$ cm

M – mij. $[BP] \Rightarrow CM$ – mediană în ΔBCP

$CM = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ (cm)



$\left.\begin{array}{l}\Delta BCP \\ CM\text{ – mediană} \\ CM = \frac{BP}{2}\end{array}\right\} \xRightarrow{R.T.m} \Delta BCP$ – dr. în C.

$\left.\begin{array}{l}\Delta BCP \\ \sphericalangle C = 90^\circ\end{array}\right\} \xRightarrow{T.P.} PC^2 = BP^2 - BC^2 = 108 - 36 = 72 \Rightarrow PC = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ cm.

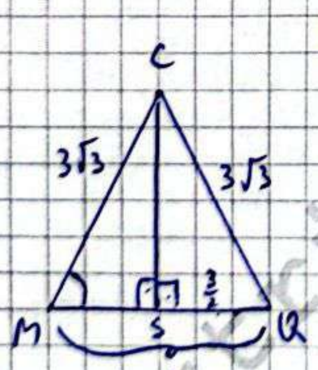
(3p) b) Arată că sinusul unghiului dreptelor DP și CM este egal cu $\frac{\sqrt{33}}{6}$.

$\left.\begin{array}{l}[AM] \equiv [MD] \\ [BM] \equiv [MP]\end{array}\right\} \Rightarrow APDB$ – paralelogram $\Rightarrow DP \parallel AB$. (1)

$\left.\begin{array}{l}\text{Fie } Q\text{ – mij. } [BD] \\ M\text{ – mij. } [AD]\end{array}\right\} \Rightarrow [MQ]$ – l. mij. în $\Delta ABD \Rightarrow AB \parallel MQ$ (2)
$\Rightarrow MQ = 3$ cm.

$\xRightarrow{(1),(2)} \sphericalangle(DP; CM) = \sphericalangle(QM; CM) = \sphericalangle CMQ$.

$\left.\begin{array}{l}CQ = CM = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\text{ cm.} \\ MQ = 3\text{ cm}\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta CMQ$ – isoscel cu baza MQ



Fie S – mij. $[MQ] \Rightarrow CS$ – mediană și h.

$SQ = \frac{MQ}{2} = \frac{3}{2}$ (cm)

$\left.\begin{array}{l}\Delta CSQ \\ \sphericalangle S = 90^\circ\end{array}\right\} \xRightarrow{T.P.} CS^2 = CQ^2 - SQ^2 = 27 - \frac{9}{4} = \frac{108-9}{4} = \frac{99}{4}$

$CS = \sqrt{\frac{99}{4}} = \frac{3\sqrt{11}}{2}$ (cm)

$\sin \sphericalangle CMQ = \sin \sphericalangle CMS = \frac{CS}{MC} = \frac{\frac{3\sqrt{11}}{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{11}}{2} \cdot \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{33}}{6}$.