

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Rezultatul calculului $15 - (3 + 4)$ este egal cu:</p> <p>a) 3 <input checked="" type="radio"/> b) 8 c) 16 d) 22</p> <p style="text-align: center;">$15 - (3 + 4) = 15 - 7 = 8$</p>
5p	<p>2. Știind că $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$, $y \neq 0$, rezultatul calculului $2x - 5y + 10$ este egal cu:</p> <p>a) 0 <input checked="" type="radio"/> b) 7 c) 10 d) 17</p> <p style="text-align: center;">$\frac{x}{y} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2x = 5y$ $2x - 5y + 10 = 5y - 5y + 10 = 10.$</p>
5p	<p>3. Produsul dintre numărul 3 și opusul numărului 3 este egal cu:</p> <p><input checked="" type="radio"/> a) -9 b) -6 c) 0 d) 1</p> <p style="text-align: center;">$3 \cdot (-3) = -9$</p>
5p	<p>4. Numărul care reprezintă $\frac{2}{3}$ din 12 este egal cu:</p> <p>a) 2 b) 4 <input checked="" type="radio"/> c) 8 d) 12</p> <p style="text-align: center;">$\frac{2}{3} \cdot 12 = 2 \cdot 4 = 8$</p>

5p 5. Profesorul întreabă care este cel mai mare număr întreg din intervalul $(-2,5)$. Răspunsurile date de elevii Andreea, Marina, David și Vlad sunt prezentate în tabelul de mai jos:

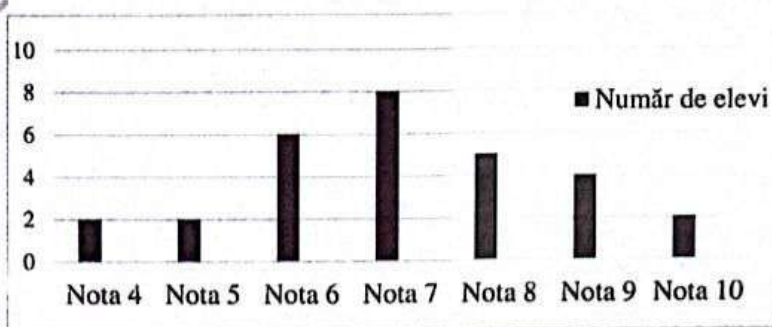
Andreea	Marina	David	Vlad
-3	-2	5	4

Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect la întrebarea profesorului este:

- a) Andreea
b) Marina
c) David
 d) Vlad

$(-2, \dots, -1, \dots, 0, \dots, 1, \dots, 2, \dots, 3, \dots, 4) \rightarrow 5)$

5p 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute la un test la matematică, de către elevii unei clase a VIII-a.



Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, la acest test, nota 7 a fost obținută de 10 elevi.” este:

- a) adevărată
 b) falsă

Nota 7 \rightarrow 8 elevi

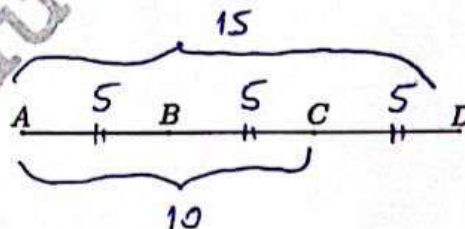
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D , în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$, iar lungimea segmentului AC este egală cu 10 cm. Lungimea segmentului AD este egală cu:

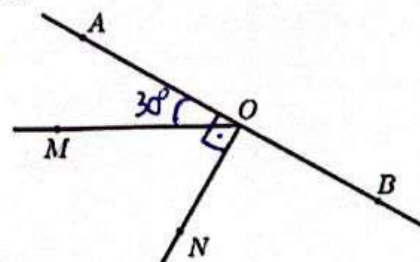
- a) 5 cm
b) 10 cm
 c) 15 cm
d) 20 cm

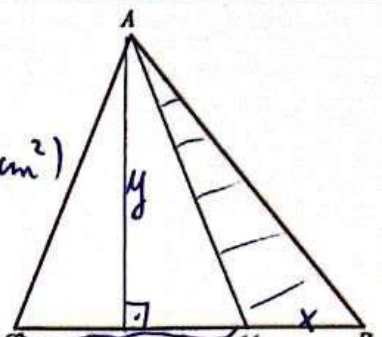
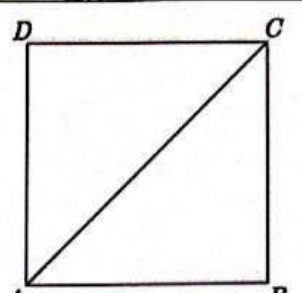
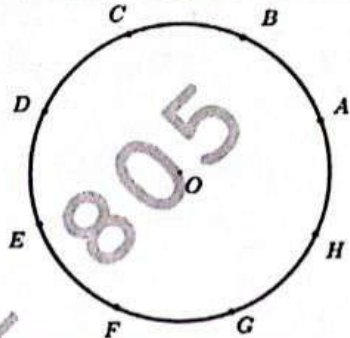
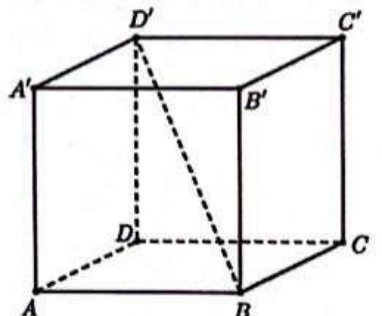


5p 2. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, O și B , în această ordine. Punctele M și N sunt de aceeași parte a dreptei AB , astfel încât măsura unghiului MOA este egală cu 30° și dreapta ON este perpendiculară pe dreapta AB . Măsura unghiului MON este egală cu:

- a) 30°
b) 45°
 c) 60°
d) 90°

$$\angle MON = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$



5p	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu aria de 15 cm^2. Punctul M se află pe segmentul BC, astfel încât $BC = 3 \cdot BM$. Aria triunghiului AMC este egală cu:</p> <p>a) 5 cm^2 b) $7,5 \text{ cm}^2$ c) 10 cm^2 d) $12,5 \text{ cm}^2$</p>	
5p	<p>4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu perimetrul egal cu 40 cm. Lungimea segmentului AC este egală cu:</p> <p>a) 10 cm b) $10\sqrt{2} \text{ cm}$ c) $10\sqrt{3} \text{ cm}$ d) 20 cm</p>	
5p	<p>5. În figura alăturată, punctele distincte A, B, C, D, E, F, G și H sunt reprezentate pe cercul de centru O, astfel încât arcele mici $AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH$ și HA sunt congruente. Măsura arcului mic BC este egală cu:</p> <p>a) 30° b) 45° c) 60° d) 75°</p>	
5p	<p>6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCA'B'C'D'$ cu $AB = 5 \text{ cm}$. Lungimea segmentului BD' este egală cu:</p> <p>a) 5 cm b) $5\sqrt{2} \text{ cm}$ c) $5\sqrt{3} \text{ cm}$ d) 10 cm</p>	

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Maria are 14 ani și tatăl ei are 40 de ani.</p> <p>(2p) a) Este posibil ca, peste 2 ani, suma dintre vârsta Mariei și vârsta tatălui ei să fie egală cu 60 de ani? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Peste 2 ani: Maria are 16 ani $16 + 42 = 58 \neq 60$</p> <p>Tatăl are 42 ani R: NU E POSIBIL</p> </div>
----	---

(3p) b) Determină peste câți ani vârsta Mariei va fi jumătate din vârsta tatălui ei.

Not. cu x acest nr. necunoscut.

$$14 + x = \frac{40 + x}{2} \quad | \quad x = 12$$

$$40 + x = 2(14 + x)$$

$$40 + x = 28 + 2x$$

R: Peste 12 ani, vârsta Mariei va fi jumătate din vârsta tatălui ei.

5p

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} \right) : \frac{x+3}{5(x+1)}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

(2p) a) Arată că $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+1}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} = \frac{1 + x + 1}{(x+1)(x+2)} = \frac{x+2}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1\}$$

(3p) b) Determină suma soluțiilor ecuației $E(x) = \frac{x-3}{8}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

$$E(x) = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{5(x+1)}{x+3} = \frac{5}{x+3}$$

$$E(x) = \frac{x-3}{8} \quad | \quad x = \sqrt{49}$$

$$x = \pm 7$$

$$\frac{5}{x+3} = \frac{x-3}{8}$$

$$S = 7 + (-7) = 0$$

$$(x+3)(x-3) = 40$$

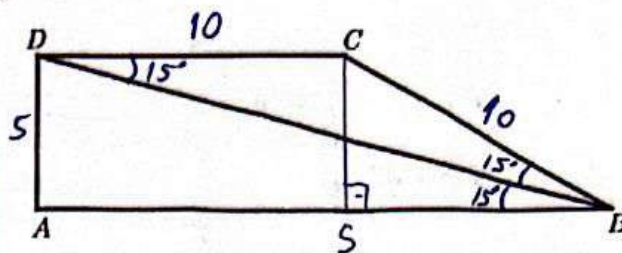
$$x^2 - 9 = 40$$

$$x^2 = 49$$

5p

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $BC = 10$ cm. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC și măsura unghiului ABD este egală cu 15° .

(2p) a) Determină măsura unghiului BCD .



$$(\widehat{BD} - \text{bisect. } \angle ABC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \widehat{ABD} \equiv \widehat{DBC} = 15^\circ$$

$$AB \parallel DC$$

$$\Rightarrow \widehat{ABD} \equiv \widehat{BDC}$$

$$DB - \text{secantă}$$

(alt. int.)

$$\Rightarrow \widehat{BDC} = 15^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - (\widehat{DBC} + \widehat{BDC}) = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

(3p) b) Arată că $AB - AD < 14$ cm.

Fie $S \in AB$ a.n. $CS \perp AB$

$\triangle CSB$

$$\angle S = 90^\circ$$

$$\angle B = 30^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{T. } 430 \\ \Rightarrow \end{array} \right\} CS = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow AD = 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle CSA$

$$\angle S = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{T.P.} \\ \Rightarrow \end{array} \right\} SB = \sqrt{BC^2 - SC^2}$$

$$SB = \sqrt{100 - 25}$$

$$SB = \sqrt{75}$$

$$SB = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$AB - AD = 10 + 5\sqrt{3} - 5$$

$$= 5 + 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$5 + 5\sqrt{3} < 14$$

$$5\sqrt{3} < 14 - 5$$

$$5\sqrt{3} < 9 \quad | \cdot 2$$

$$75 < 81 \quad \text{„A”}$$

$$\triangle BCD - \text{isocel} (\angle B \equiv \angle D) \Rightarrow BC \equiv DC = 10 \text{ (cm)}$$

$$\triangle SCB - \text{dreptunghi} \Rightarrow AS = DC = 10 \text{ (cm)}$$

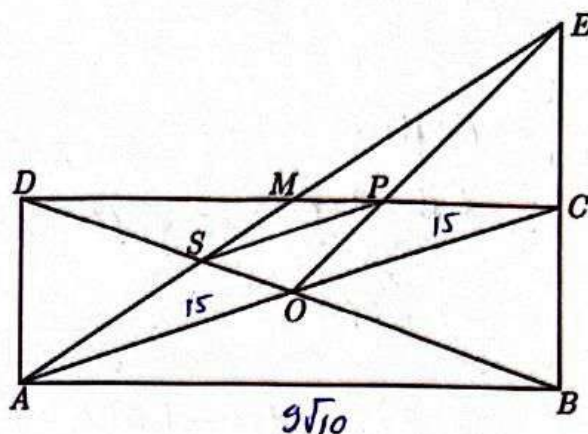
$$AB = AS + SB = 10 + 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

5p

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 9\sqrt{10}$ cm și $AC = 30$ cm. Dreptele AC și BD se intersectează în punctul O , iar punctul M este mijlocul segmentului CD . Dreptele BC și AM se intersectează în punctul E , iar dreptele OE și CD se intersectează în punctul P .

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu 270 cm^2 .

$$\begin{aligned} \Delta ABC \quad \left. \begin{array}{l} \text{T.P.} \\ \angle B = 90^\circ \end{array} \right\} &\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &AC = \sqrt{900 + 810} \\ &AC = \sqrt{1710} \\ &BC = 3\sqrt{10} \text{ (cm)} \\ A_{ABCO} &= AB \cdot BC = 9\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} \\ &= 27 \cdot 10 = 270 \text{ (cm}^2\text{)}. \end{aligned}$$



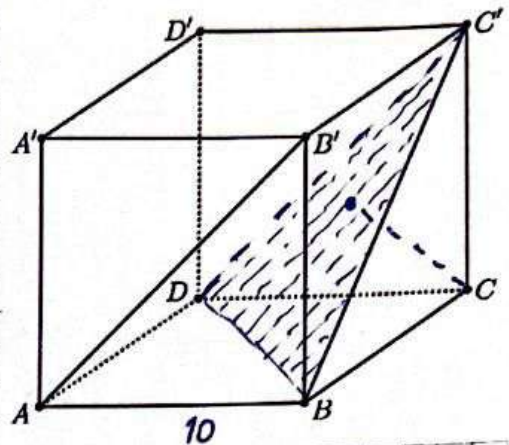
(3p) b) Arată că lungimea segmentului SP este egală cu 10 cm, unde S este punctul de intersecție a dreptelor AM și BD .

$$\begin{aligned} MC \parallel AB \stackrel{\text{T.P.}}{\Rightarrow} \Delta ECM \sim \Delta EBA, \quad k &= \frac{MC}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow EC = BC = 3\sqrt{10} \text{ (cm)} \\ &\quad [M - \text{mij. } [EA]]. \\ \Delta ACE, \quad \left. \begin{array}{l} O - \text{mij. } [AC] \\ M - \text{mij. } [EA] \end{array} \right\} &\Rightarrow EO \text{ și } CM - \text{mediane} \\ &\Rightarrow P - \text{centru de gr. în } \Delta ACE. \\ &\Rightarrow \frac{MP}{PC} = \frac{1}{2} \quad (1) \\ \Delta ADC, \quad \left. \begin{array}{l} M - \text{mij. } [DC] \\ O - \text{mij. } [AC] \end{array} \right\} &\Rightarrow DO \text{ și } AM - \text{mediane} \\ &\Rightarrow S - \text{centru de gr. în } \Delta ADC \\ &\Rightarrow \frac{MS}{SA} = \frac{1}{2} \quad (2) \\ \text{Din (1) și (2) } \stackrel{\text{R.T.P.}}{\Rightarrow} SP \parallel AC \\ SP \parallel AC \stackrel{\text{T.P.}}{\Rightarrow} \Delta MSP \sim \Delta MAC, \quad k &= \frac{1}{3} \\ \Rightarrow SP &= \frac{AC}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ (cm)}. \end{aligned}$$

5p

6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 10 \text{ cm}$.
(2p) a) Arată că măsura unghiului dreptelor AB' și BC' este egală cu 60° .

$AB' \parallel DC' \Rightarrow$
 $\Rightarrow \sphericalangle (AB'; BC) = \sphericalangle (DC'; BC)$
 $DB = BC' = DC' = 10\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$
 $\Rightarrow \triangle DBC' \text{ echilateral}$
 $\Rightarrow \sphericalangle (DC'; BC') = \sphericalangle DC'B = 60^\circ$



(3p) b) Calculează distanța de la punctul C la planul (BDC') .

$\triangle DBC' - \text{echilateral}, CA = CD = CC' = 10 \text{ (cm)} \Rightarrow$
 $\Rightarrow C'DBC - \text{prismă triunghiulară}$
 $V_{C'DBC} = \frac{A_f \cdot h}{3} = \frac{A_{\triangle DBC'} \cdot CC'}{3} = \frac{50 \cdot 10}{3} = \frac{500}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$
 $\triangle DCB - \text{triunghi isoscel în } \hat{C} \Rightarrow A_{\triangle DCB} = \frac{CD \cdot BC}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $V_{C'DBC} = \frac{A_f \cdot h}{3} = \frac{A_{\triangle DCB} \cdot d(C, (BDC'))}{3} = \frac{50\sqrt{3} \cdot d(C, (BDC'))}{3}$
 $\triangle DBC - \text{echilateral}, l = DB = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$
 $A_{\triangle DBC} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(10\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{200\sqrt{3}}{4} = 50\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\frac{500}{3} = \frac{50\sqrt{3} \cdot d(C, (BDC'))}{3} \Rightarrow d(C, (BDC')) = \frac{500}{50\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$