Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:..
....
Inițiala prenumelui tatălui: ....
Prenumele:..
....
Școala de provenienţă: ....
....
....
Centrul de examen: ....
Localitatea: ....
Județul: ....

Nume și prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

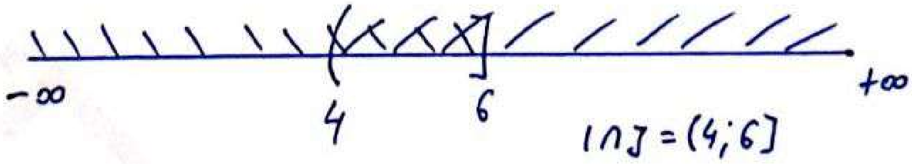
C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $8+14:2$ este egal cu: **a)** 22 **b)** 15 **c)** 11 **d)** 6 $8+14:2=8+7=15$
5p	**2.** Un album costă 200 de lei. După o reducere cu 20% , prețul albumului este egal cu: **a)** 20 de lei **b)** 40 de lei **c)** 160 de lei **d)** 180 de lei $200-\frac{20}{\cancel{100}}\cdot \cancel{200}=200-40=160$
5p	**3.** Se consideră intervalele de numere reale $I=(-\infty,6]$ și $J=(4,+\infty)$. Intersecția intervalelor I și J este intervalul: **a)** $(-\infty,4]$ **b)** $[4,6)$ **c)** $(6,+\infty)$ **d)** $(4,6]$  $I\cap J=(4;6]$
5p	**4.** Cel mai mare număr din mulțimea $A=\{5,(024); 5,(24); 5,2(4); 5,24\}$ este: **a)** $5,(024)$ **b)** $5,(24)$ **c)** $5,2(4)$ **d)** $5,24$ $5,(024)=5,024024...$ $5,(24)=5,242424...$ $5,2(4)=5,24444...$ $5,24=5,24000...$

5p **5.** Patru elevi, Alin, Ioana, Dana și Vlad, calculează suma numerelor reale a și b pentru care $|a+3|+|b-4|=0$.

Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Alin	Ioana	Dana	Vlad
-7	-1	1	7

Rezultatul corect a fost obținut de către:

a) Alin
b) Ioana
c) Dana
d) Vlad

$|a+3| + |b-4| = 0 \Rightarrow \begin{cases} |a+3| = 0 \Rightarrow a+3=0 \Rightarrow a=-3 \\ |b-4|=0 \Rightarrow b-4=0 \Rightarrow b=4 \end{cases}$

$a+b = -3+4 = 1$

5p **6.** Afirmația: „Numărul 1 este soluția ecuației $2x+3=4x+1$." este:

a) adevărată
b) falsă

$2x-4x = 1-3$
$-2x = -2$
$x = 1$
$S = \{1\}$

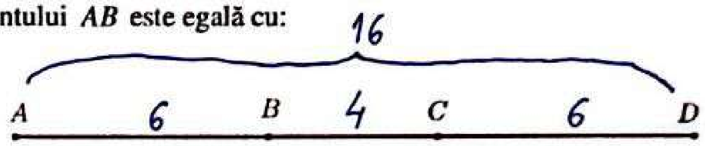
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $BC = 4\text{cm}$, $AD = 4 \cdot BC$ și $AB = CD$. Lungimea segmentului AB este egală cu:

a) 4cm
b) 6cm
c) 8cm
d) 12cm

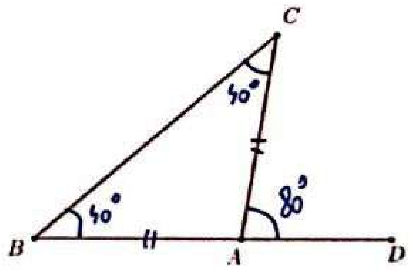
$\frac{16-4}{2} = \frac{12}{2} = 6$



5p **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu $AB = AC$ și măsura unghiului C egală cu $40°$. Punctele B, A și D sunt coliniare, în această ordine. Măsura unghiului CAD este egală cu:

$\sphericalangle CAD = 40° + 40° = 80°$

a) 40°
b) 60°
c) 80°
d) 100°

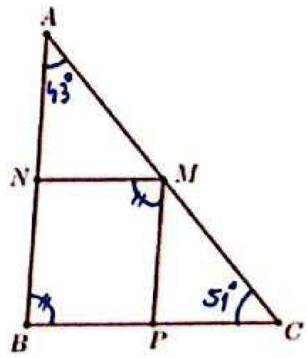


5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu măsura unghiului A egală cu $43°$ și măsura unghiului C egală cu $51°$. Punctele M, N și P aparțin laturilor AC, AB respectiv BC, astfel încât dreapta MN este paralelă cu dreapta BC și dreapta MP este paralelă cu dreapta AB. Măsura unghiului NMP este egală cu:

$\sphericalangle B = 180° - (43° + 51°) = 180° - 94° = 86°$

NMPB - paralelogram $\Rightarrow \sphericalangle NMP = 86°$

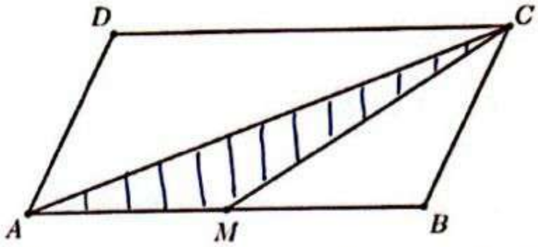
a) 43°
b) 51°
c) 86°
d) 94°



5p **4.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$. Punctul M este mijlocul segmentului AB și aria triunghiului ACM este egală cu $10\,\text{cm}^2$. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu:

a) $10\ \text{cm}^2$
b) $20\ \text{cm}^2$
c) $30\ \text{cm}^2$
d) $40\ \text{cm}^2$

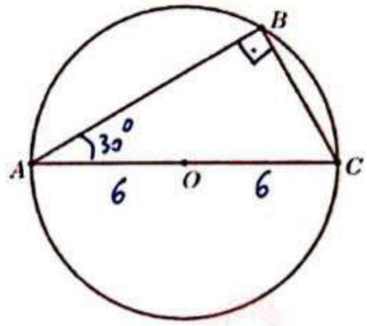
$A_{ABCD} = 4 \cdot 10 = 40\ (cm^2)$



5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O și raza egală cu 6cm. Punctele A, B și C aparțin cercului, AC este diametru și măsura unghiului BAC este egală cu $30°$. Lungimea coardei BC este egală cu:

a) 6cm
b) $6\sqrt{3}\text{cm}$
c) 12cm
d) $8\sqrt{3}\text{cm}$

$BC = \frac{AC}{2} = \frac{12}{2} = 6\ (cm)$

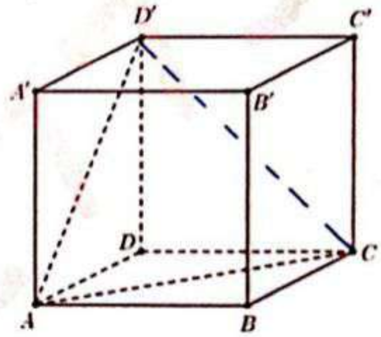


5p **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AC și AD' are măsura egală cu:

a) $45°$
b) $60°$
c) $90°$
d) $120°$

$\Delta ACD'$ - echilateral $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sphericalangle(AC; AD') = \sphericalangle D'AC = 60°$



SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Dacă elevii unei clase se așază câte 2 în fiecare bancă din laboratorul de fizică, atunci rămân 3 elevi în picioare. Dacă elevii se așază câte 4 în bancă, atunci rămân 5 bănci libere și o bancă în care stă un singur elev.

(2p) a) Verifică dacă în acea clasă pot fi 30 de elevi. Justifică răspunsul dat.

Notăm cu x nr. de elevi

Notăm cu y nr. de bănci

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ x = 4(y-6) + 1 \end{cases}$$

Dacă $x = 30 \Rightarrow 2y = 27 \Rightarrow y = \frac{27}{2} \notin \mathbb{N}$

R: NU E POSIBIL.

(3p) b) Determină numărul băncilor din laboratorul de fizică.

$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ x = 4y - 24 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 3 \\ 2y + 3 = 4y - 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 3 \\ 2y = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 29 \\ y = 13 \end{cases}$

R: În laboratorul de fizică sunt 13 bănci.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(x^2-4\right)$, unde x este număr real, $x\neq 1$ și $x\neq 2$.

(2p) a) Arată că $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$, pentru orice număr real x.

$x^2 - 3x + 2 = x^2 - x - 2x + 2 = x(x-1) - 2(x-1) = (x-1)(x-2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Determină numerele întregi n, $n\neq 1$ și $n\neq 2$, pentru care $N=\frac{5}{E(n)}$ este număr natural.

$E(x) = \left(\frac{1}{x^2-3x+2} + {}^{x-2)}\frac{1}{x-1}\right)\cdot(x^2-4)$

$E(x) = \left(\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{x-2}{(x-1)(x-2)}\right)\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{1}$

$E(x) = \frac{x-1}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x-2)}}\cdot\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{1}$

$E(x) = x+2$, $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{1;2\}$

$\Rightarrow N = \frac{5}{n+2}$, $n \neq 1$, $n \neq 2$

$N \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n+2 \in D_5$

$\Leftrightarrow n+2 \in \{1;5\} \mid -2$

$n \in \{-1;3\}$.

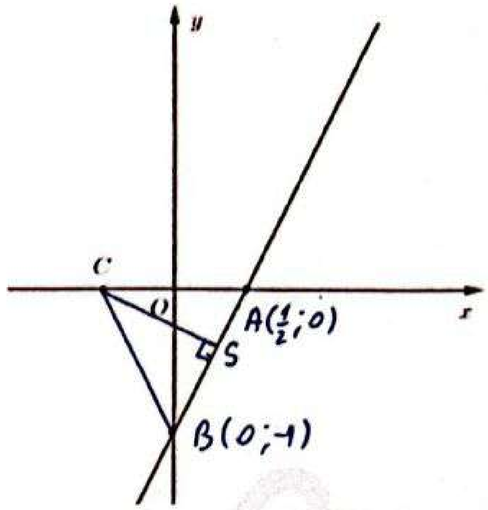
5p 3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.

(2p) a) Arată că $f(0)+f(1)=0$.

$f(0)=2\cdot 0-1=0-1=-1$

$f(1)=2\cdot 1-1=2-1=1$

$f(0)+f(1)=-1+1=0.$



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Determină distanța de la punctul $C\left(-\frac{1}{2},0\right)$ la dreapta AB.

$G_f \cap O_x = \{A(\frac{1}{2};0)\}$

$f(x)=0$

$2x-1=0$

$2x=1$

$x=\frac{1}{2}$

$G_f \cap O_y = \{B(0;-1)\}$

$f(0)=-1$

Fie $S\in AB$ a.î. $CS\perp AB$

$\Rightarrow d(C;AB)=CS.$

$AC=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1\ (u)$

$A_{\Delta ABC}=\frac{AC\cdot OB}{2}=\frac{1\cdot 1}{2}=\frac{1}{2}\ (u^2)$ (1)

$A_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot CS}{2}$ (2)

$AB=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+1^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{4}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}\ (u)$

Din (1) și (2) $\Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot CS}{2}=\frac{1}{2}\ \Big|\cdot 2$

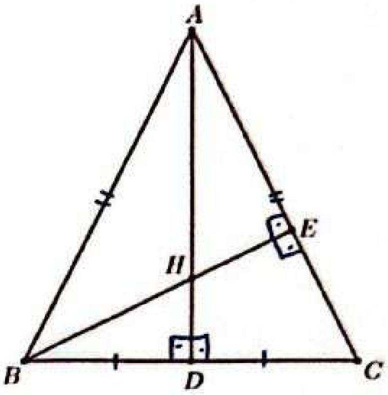
$\frac{\sqrt{5}\cdot CS}{2}=\frac{1}{1}\Rightarrow \sqrt{5}\cdot CS=2$

$CS=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$CS=\frac{2\sqrt{5}}{5}\ (u)$

5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. **Înălțimea din vârful A intersectează latura BC în punctul D și $AD = BC$. Înălțimea din vârful B intersectează latura AC în punctul E. Înălțimile AD și BE se intersectează în punctul H.**

(2p) a) Arată că unghiurile DAC și EBC au aceeași măsură.



$$\left.\begin{aligned} &\sphericalangle ADC \equiv \sphericalangle BEC = 90^\circ \\ &\sphericalangle ACD \equiv \sphericalangle BCE \text{ (unghi comun)} \end{aligned}\right\} \xRightarrow{U.U.}$$

$$\Rightarrow \Delta ADC \sim \Delta BEC \Rightarrow \sphericalangle DAC \equiv \sphericalangle EBC.$$

(3p) b) Demonstrează că $AH = 3 \cdot HD$.

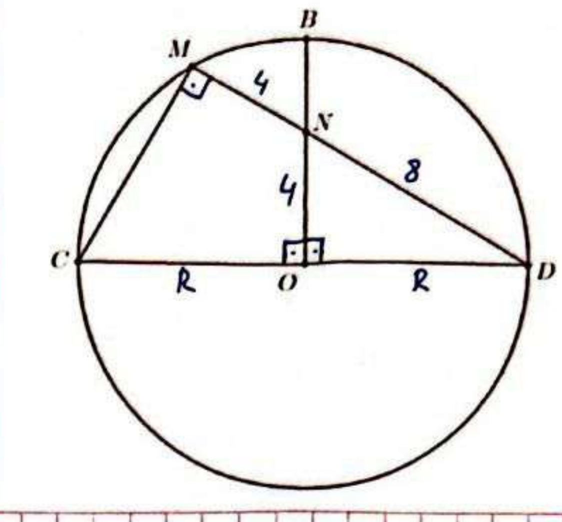
$$\left.\begin{aligned} &\sphericalangle HBD \equiv \sphericalangle CBE \text{ (u.c)} \\ &\sphericalangle HDB \equiv \sphericalangle CEB \end{aligned}\right\} \xRightarrow{U.U.} \Delta BDH \sim \Delta BEC \Rightarrow \Delta BDH \sim \Delta ADC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{DH}{DC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{DH}{DC} \Rightarrow \left.\begin{aligned} &DC = 2 \cdot DH \mid \cdot 2 \\ &2 \cdot DC = 4 \cdot DH \\ &AD = 2 \cdot DC \end{aligned}\right\} \Rightarrow AD = 4 \cdot DH$$

$$\Rightarrow AH = AD - HD = 4 \cdot HD - HD = 3 \cdot HD.$$

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O, în care CD este diametru. Punctul B aparține cercului astfel încât dreptele BO și CD sunt perpendiculare. Punctul M aparține arcului mic BC, dreptele DM și BO se intersectează în punctul N, $DN = 2 \cdot MN$ și $MN = 4\,\text{cm}$.

(2p) a) Arată că măsura unghiului CMD este egală cu 90°.



CD - diametru $\Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ$

$\sphericalangle CMD = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

(3p) b) Calculează aria triunghiului DON.

$$\left.\begin{array}{l}\sphericalangle ODN \equiv \sphericalangle MDC \text{ (M.C)} \\ \sphericalangle DON \equiv \sphericalangle DMC = 90^\circ\end{array}\right\} \xRightarrow{U.U.} \Delta NOD \sim \Delta CMD \Rightarrow \frac{ND}{CD} = \frac{OD}{MD}$$

$\Leftrightarrow \frac{8}{2R} = \frac{R}{12} \Leftrightarrow 2R^2 = 12 \cdot 8 \mid :2$

$R^2 = 48$

$R = \sqrt{48}$

$R = 4\sqrt{3}\ (cm) \Rightarrow OD = 4\sqrt{3}\ (cm)$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta NOD \\ \sphericalangle O = 90^\circ\end{array}\right\} \xRightarrow{T.P.} NO = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2}$$

$NO = \sqrt{64 - 48} = \sqrt{16} = 4\ (cm)$

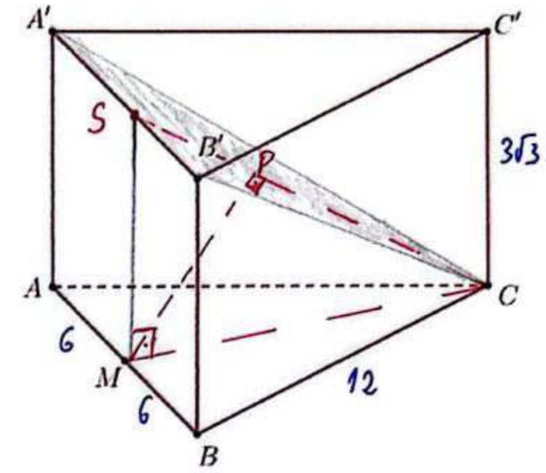
$A_{\Delta DON} = \frac{NO \cdot OD}{2} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}\ (cm^2)$

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC, $AB = 12\text{ cm}$ și $AA' = 3\sqrt{3}\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB.

(2p) a) Arată că aria laterală a prismei $ABCA'B'C'$ este egală cu $108\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

$A_l = P_b \cdot h = 3 \cdot l \cdot h = 3 \cdot 12 \cdot 3\sqrt{3}$

$= 108\sqrt{3}\ (cm^2)$



(3p) b) Determină distanța de la punctul M la planul $(A'B'C)$.

Fie S - mij. $[A'B']$; $\Delta CA'B'$ - is. $(B'C \equiv CA')$ $\Rightarrow$ CS - med. și înălțime $\Rightarrow CS \perp A'B'$

$\Rightarrow A'B' \perp CS$, $A'B' \perp MS$, $CS, MS \subset (SMC)$, $CS \cap MS = \{S\}$ $\Rightarrow A'B' \perp (SMC)$; $A'B' \subset (A'B'C')$ $\Rightarrow (A'B'C') \perp (SMC)$.

$(A'B'C) \perp (SMC)$; Fie $P \in SC$ a. î. $MP \perp SC$ $\Rightarrow d(M; (A'B'C)) = [MP]$.

ΔSMC, $\measuredangle M = 90^\circ$ $\Rightarrow MP = \dfrac{SM \cdot MC}{SC} = \dfrac{3\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}}{3\sqrt{15}} = \dfrac{18}{\sqrt{15}} = \dfrac{18\sqrt{15}}{15} = \dfrac{6\sqrt{15}}{5}\ (cm)$.

$MC = \dfrac{l\sqrt{3}}{2} = \dfrac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

ΔSMC, $\measuredangle M = 90^\circ$ $\xRightarrow{T.P.}$ $SC = \sqrt{27 + 108} = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}\ (cm)$