

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $12 - 2 \cdot 5$ este egal cu: a) 50 b) 22 ☒ c) 2 d) 0 $12 - 2 \cdot 5 = 12 - 10 = 2.$
5p	2. Dintre cei 250 de elevi participanți la un concurs, 40% sunt băieți. Numărul băieților participanți la acest concurs este egal cu: a) 150 b) 125 ☒ c) 100 d) 90 $\frac{40}{100} \cdot 250 = 4 \cdot 25 = 100$
5p	3. Suma dintre numărul 10 și opusul numărului 10 este egală cu: a) $\frac{101}{10}$ b) $\frac{11}{10}$ ☒ c) $\frac{1}{0}$ d) 0 $10 + (-10) = 10 - 10 = 0$
5p	4. Transformând fracția zecimală $1, \overline{2}$ în fracție ordinară se obține: a) $\frac{11}{10}$ b) $\frac{6}{5}$ ☒ c) $\frac{11}{9}$ d) $\frac{4}{3}$ $1, \overline{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}.$

5p

5. Patru elevi, Ioana, Andreea, Luca și Radu, determină numărul real x din proporția $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{x}{\sqrt{5}+1}$.

Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Ioana	Andreea	Luca	Radu
1	2	3	4

Răspunsul corect a fost obținut de către:

- a) Ioana
☒ b) Andreea
 c) Luca
 d) Radu

$$2 \cdot x = (\sqrt{5}-1) \cdot (\sqrt{5}+1) \Rightarrow 2x = 5-1$$

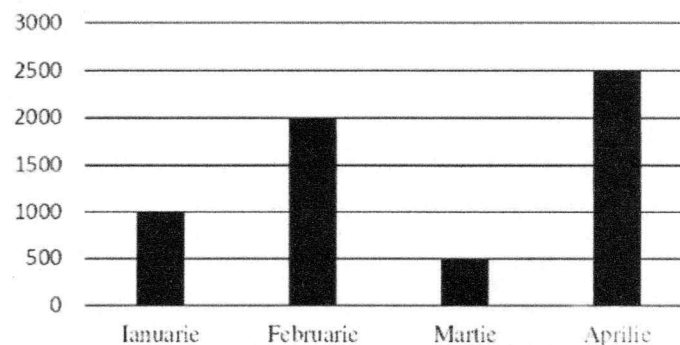
$$2x = 4 \quad |:2$$

$$x = 2.$$

5p

6. În diagrama de mai jos sunt prezentate informații despre numărul de mașini vândute de un comerciant în primele patru luni ale anului 2026.

Număr de mașini



Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, cele mai puține mașini au fost vândute în luna martie.” este:

- ☒ a) adevărată
 b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

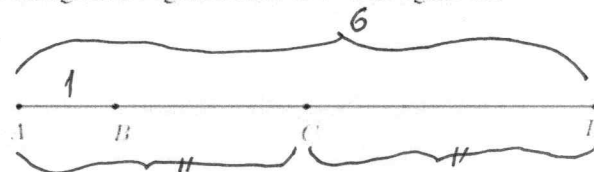
5p

1. În figura alăturată, punctele A , B , C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 1$ cm și $AD = 6$ cm. Punctul C este mijlocul segmentului AD . Lungimea segmentului BC este egală cu:

- a) 5 cm
 b) 3 cm
☒ c) 2 cm
 d) 1 cm

$$AC = 3 \text{ cm}$$

$$BC = 3 - 1 = 2 \text{ (cm)}.$$

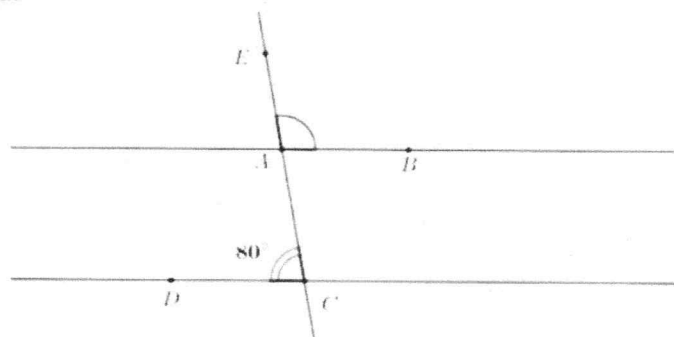


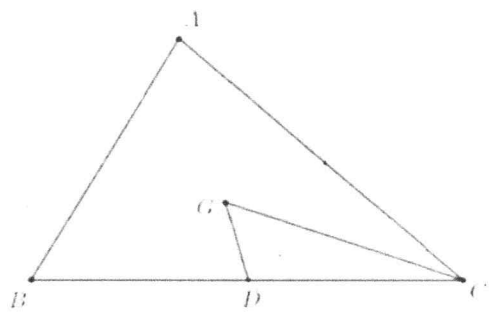
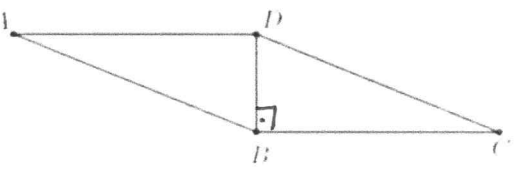
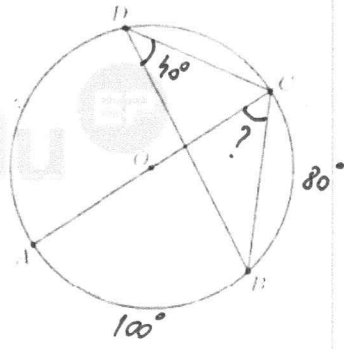
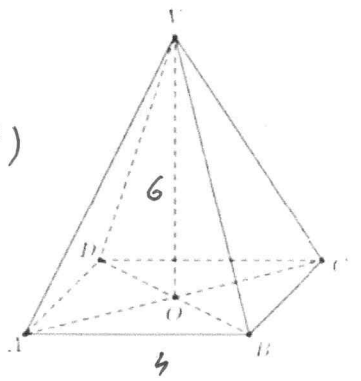
5p

2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele AB și CD . Punctele E , A și C sunt coliniare, în această ordine, iar punctele B și D sunt situate de o parte și de alta a dreptei AC . Măsura unghiului DCA este egală cu 80° . Măsura unghiului EAB este egală cu:

- a) 110°
☒ b) 100°
 c) 90°
 d) 80°

$$180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$



5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC. Punctul D este mijlocul segmentului BC și punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC. Aria triunghiului DGC este egală cu 15 cm^2. Aria triunghiului ABC este egală cu: a) 30 cm^2 b) 45 cm^2 c) 60 cm^2 (d) 90 cm^2 $A_{\triangle ABC} = 6 \cdot A_{\triangle DGC} = 6 \cdot 15 = 90 (\text{cm}^2)$	
5p	4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu diagonala BD perpendiculară pe latura BC și $BD \cdot BC = 12 \text{ cm}^2$. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu: a) 6 cm^2 (b) 12 cm^2 c) 18 cm^2 d) 24 cm^2 $A_{ABCD} = BC \cdot BD = 12 (\text{cm}^2)$	
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A, B, C și D sunt situate pe cerc, în această ordine, astfel încât AC este diametru și măsura unghiului BDC este egală cu 40°. Măsura unghiului BCA este egală cu: a) 40° (b) 50° c) 60° d) 80° $\widehat{BC} = 2 \cdot 40 = 80^\circ$ $\widehat{AB} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ $\angle BCA = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$	
5p	6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu înălțimea $VO = 6 \text{ cm}$ și $AB = 4 \text{ cm}$. Volumul piramidei $VABCD$ este egal cu: (a) 32 cm^3 b) 48 cm^3 c) 72 cm^3 d) 96 cm^3 $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{4^2 \cdot 6}{3} = 16 \cdot 2 = 32 (\text{cm}^3)$	

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Mai mulți copii doresc să cumpere împreună o minge. Dacă fiecare copil contribuie cu câte 18 lei, mai sunt necesari 30 de lei. (2p) a) Este posibil ca mingea să coste 153 de lei? Justifică răspunsul dat. Notăm: x - nr. elevi (copii). $18 \cdot x + 30 = 153 \Rightarrow 18x = 123 \Rightarrow x = \frac{123}{18} \notin \mathbb{N}$. R: Nu e posibil.
----	--

(3p) b) Dacă fiecare copil contribuie cu câte 24 de lei, atunci sunt în plus 12 lei. Determină cât costă mingea.

Notăm: x - nr. copii
 y - prețul mingii

$$\begin{cases} 24 \cdot x - 12 = y \\ 18x + 30 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 24x - 12 &= 18x + 30 \\ 6x &= 42 \\ x &= 7 \Rightarrow y = 24 \cdot 7 - 12 \\ y &= 156. \end{aligned}$$

R: 156 lei

5p

2. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x^2}{x-3} + \frac{1}{x-2} + \frac{7-3x}{(x-2)(x-3)}$, unde x este număr real, $x \neq 2$ și $x \neq 3$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x-2}{x-3}$, pentru orice număr real x , $x \neq 2$ și $x \neq 3$.

$$E(x) = \frac{x^2 - 2x + x - 3 + 7 - 3x}{(x-2) \cdot (x-3)}$$

$$E(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{(x-2)(x-3)}$$

$$E(x) = \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x-3)} \Rightarrow E(x) = \frac{x-2}{x-3}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}.$$

(3p) b) Arată că numărul $A = [E(4)]^n + [E(4)]^{n+3}$ este divizibil cu 18, pentru orice număr natural nenul n .

$$E(4) = \frac{4-2}{4-3} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\Rightarrow A = 2^n + 2^{n+3} = 2^n + 2^n \cdot 2^3 = 2^n \cdot (1+8) = 9 \cdot 2^n = 9 \cdot 2 \cdot 2^{n-1} = 18 \cdot 2^{n-1}$$

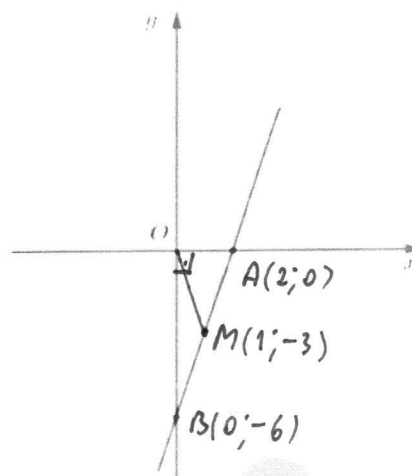
$$\Rightarrow A : 18, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 6$.(2p) a) Arată că $f(1) + f(3) = 0$.

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 3 \cdot 1 - 6 = 3 - 6 = -3 \\ f(3) &= 3 \cdot 3 - 6 = 9 - 6 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(1) + f(3) = -3 + 3 = 0.$$



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A , respectiv B . Calculează lungimea segmentului OM , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .

$$Gf \cap Ox = \{A(2; 0)\}$$

$$f(x) = 0$$

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$Gf \cap Oy = \{B(0; -6)\}$$

$$f(0) = -6$$

$$M - \text{mij. } [AB] \Rightarrow \begin{cases} OM - \text{mediană în } \triangle AOB. \\ M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(1; -3).$$

$$\overline{M I} \quad OM = \sqrt{(x_M - x_0)^2 + (y_M - y_0)^2}$$

$$OM = \sqrt{(1 - 0)^2 + (-3 - 0)^2}$$

$$OM = \sqrt{1 + 9}$$

$$OM = \sqrt{10} \text{ (u.)}$$

$$\overline{M II} \quad \triangle AOB \text{ dr. în } \hat{O}, OM - \text{med.}$$

$$\Rightarrow OM = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} \text{ (u.)}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ (u.)}$$

5p

4. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și raza de 6 cm. Punctele A, B, C și D aparțin cercului, astfel încât dreptele AB și CD sunt perpendiculare. Punctul M este mijlocul coardei AB și $OM = 3$ cm.

(2p) a) Arată că $AM = 3\sqrt{3}$ cm.

$$\triangle AOB - \text{isocat} ([OA] \equiv [OB] = r)$$

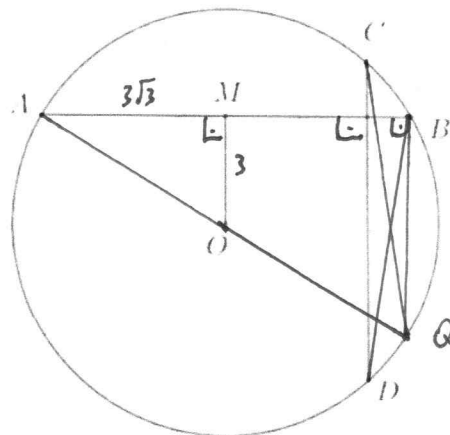
$$OM - \text{mediană} \Rightarrow OM - h$$

$$\Rightarrow OM \perp AM \Rightarrow \angle AMO = 90^\circ$$

$$\triangle AMO = \text{dr. în } M \stackrel{T.P.}{\Rightarrow} AM^2 = AO^2 - MO^2$$

$$\Rightarrow AM^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



(3p) b) Demonstrează că $AC^2 + BD^2 = 144 \text{ cm}^2$.

$$\text{Fie } Q = C \cap AO \Rightarrow AQ - \text{diametru} \Rightarrow \triangle ABQ - \text{dr. în } \hat{B}.$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp DC \\ AB \perp BQ \end{array} \right\} \Rightarrow CD \parallel BQ \Rightarrow \widehat{BC} \equiv \widehat{DQ} \Rightarrow [BC] \equiv [DQ] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle CBQ - \text{trapez isocat} \Rightarrow [BD] \equiv [CQ]$$

$$\Rightarrow AC^2 + BD^2 = AC^2 + CQ^2 = AQ^2 = 12^2 = 144 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

5p

5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AB = 10$ cm și $AD = 8$ cm. Punctele M , N și T sunt mijloacele segmentelor BC , CD , respectiv AB , iar Q este punctul de intersecție a dreptelor BN și AM .

(2p) a) Calculează perimetrul patrulaterului $ATND$.

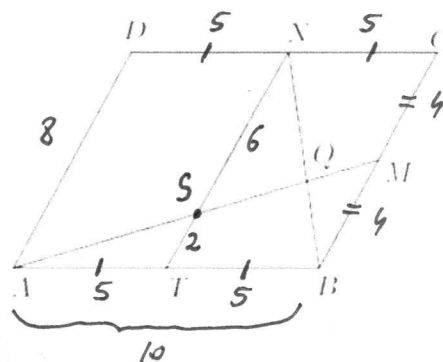
$$N - \text{mij. } [DC] \Rightarrow DN = NC = 5 \text{ cm.}$$

$$T - \text{mij. } [AB] \Rightarrow AT = TB = 5 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} DN \parallel AT \\ [DN] = [AT] = 5 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow ATND - \text{paralelogram}$$

$$\Rightarrow P_{ATND} = 2 \cdot AT + 2 \cdot AD$$

$$= 2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 = 10 + 16 = 26 \text{ (cm).}$$



(3p) b) Calculează valoarea raportului $\frac{AQ}{QM}$.

$$\text{Fie } \{S\} = AM \cap TN$$

$$\left. \begin{array}{l} T - \text{mij. } [AB] \\ TS \parallel BM \end{array} \right\} \Rightarrow S - \text{mij. } [AM] \Rightarrow \{TS\} - l. \text{ mij. în } \triangle ABM$$

$$\Rightarrow TS = \frac{BM}{2} = 2 \text{ (cm)} \Rightarrow SN = 6 \text{ cm.}$$

$$BM \parallel SN \xrightarrow{\text{T.F.A}} \triangle BMQ \sim \triangle NQS \Rightarrow \frac{BM}{NS} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{QM}{SQ} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{SQ}{QM} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{SQ + QM}{QM} = \frac{3+2}{2} \Rightarrow \frac{SM}{QM} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{AM}{QM} = \frac{10}{2}$$

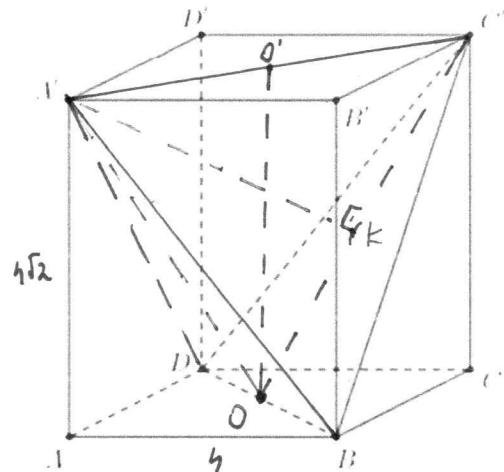
$$\Rightarrow \frac{AM - QM}{QM} = \frac{10-2}{2} \Rightarrow \frac{AQ}{QM} = \frac{8}{2} \Rightarrow \frac{AQ}{QM} = 4.$$

5p

6. În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$, cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 4$ cm și $AA' = 4\sqrt{2}$ cm.

(2p) a) Calculează aria laterală a prismei $ABCD A' B' C' D'$.

$$A_l = 4 \cdot A_f = 4 \cdot A_{AB A'} = 4 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} \\ = 64\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$



(3p) b) Arată că distanța de la punctul A' la planul $[C'BD]$ este egală cu $\frac{8\sqrt{10}}{5}$ cm.

Fie O - mij. $[DB]$, O' - mij. $[A'C']$.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle A'DB - \text{isocel } ([A'D] \equiv [A'B]) \\ \triangle C'DB - \text{isocel } ([C'D] \equiv [C'B]) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A'O \perp DB \Rightarrow DB \perp A'O \\ C'O \perp DB \Rightarrow DB \perp C'O \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} DB \perp (A'O C') \\ \text{Fie } A'K \perp OC', K \in OC' \\ A'K \subset (A'O C') \end{array} \right\} \Rightarrow DB \perp A'K \Rightarrow A'K \perp DB.$$

$$\left. \begin{array}{l} A'K \perp DB, DB \subset (C'BD) \\ A'K \perp OC', OC' \subset (C'BD) \\ DB \cap OC' = \{O\} \end{array} \right\} \Rightarrow A'K \perp (C'BD) \Rightarrow d(A'; (C'BD)) = A'K.$$

$$A_{\triangle A'O C'} = \frac{A'C' \cdot OO'}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle C'CO \\ \angle C = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{T.P.}} C'O^2 = C'C^2 + CO^2 = (4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 32 + 8 = 40 \\ C'O = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ (cm)}$$

$$A_{\triangle A'O C'} = \frac{C'O \cdot A'K}{2} \Rightarrow 16 = \frac{2\sqrt{10} \cdot A'K}{2} \Rightarrow A'K = \frac{16}{\sqrt{10}} = \frac{16\sqrt{10}}{10} = \frac{8\sqrt{10}}{5} \text{ (cm)}.$$